

CIRJE-J-65

**繰り返しゲームの新展開：  
私的モニタリングによる暗黙の協調**

東京大学大学院経済学研究科

松島 斉

2001年10月

このディスカッション・ペーパーは、内部での討論に資するための未定稿の段階にある論文草稿である。著者の承諾なしに引用・複写することは差し控えられたい。

繰り返しゲームの新展開：  
私的モニタリングによる暗黙の協調

松島斉（東京大学経済学部）

2001年10月5日

**New Progress in Repeated Games:  
Implicit Collusion with Private Monitoring**

Hitoshi Matsushima

Faculty of Economics, University of Tokyo

October 5, 2001

**Abstract**

The present paper provides a survey on the recent progress in the theory of repeated games. Many recent works investigated infinitely repeated games with discounting, and newly assumed that monitoring is private. These works provided their respective folk theorems or efficiency theorems on this assumption. In particular, it was shown in Matsushima (2001a) that in repeated prisoner dilemma games, approximate efficiency can be attained by a perfect equilibrium when private signals are conditionally independent and players are patient enough, irrespective of the accuracy of private monitoring technology. It was also shown in Matsushima (2001b) that in general two player games, approximate efficiency can be attained even though private signals are imperfectly correlated. The efficiency theorem can be applied to the study of cartel behavior with secret price cuts.

# 繰り返しゲームの新展開： 私的モニタリングによる暗黙の協調\*

松島斉（東京大学経済学部）<sup>+</sup>

2001年10月5日

## 1. はじめに

繰り返しゲームは、長期的関係における暗黙の協調の説明を主な目的とするモデル形式である。繰り返しゲームは、産業組織、国際経済、労働経済、政治経済学、公共経済、開発経済、環境経済学など、長期的関係にかかわるあらゆる経済学の諸分野を応用対象とする。

暗黙の協調が成立するためには、経済主体が相手の行動をある程度モニターできることが必要である。90年代前半までは、モニターの内容が全プレイヤーに共通に観察可能である「公的モニタリング」の状況が、集中的に研究された。しかし、公的モニタリングの研究の成果は、より一般的で応用範囲の広い「私的モニタリング」の状況の分析には役立てられない。

私的モニタリングは、各経済主体が相手の行動についてモニターした内容を、他の経済主体が観察できない状況を意味する。従来、私的モニタリングの分析は非常に困難であり、また、私的モニタリング状況下では暗黙の協調は成立しえないと考えられてきた。しかし、最近数年間で、私的モニタリングについての研究は大いに進展し、暗黙の協調が広範囲において成立することがわかってきた。

本論文は、私的モニタリングの下での繰り返しゲームを、近年の二つの松島論文 (Matsushima (2001a, 2001b)) を中心に、紹介することを主な目的とする。第2節は、繰り返しゲーム一般についての研究目的を説明する。第3節は、プレイヤーが相手の行動を全くモニターできないケースと、完全にモニターできるケースを考察

---

\* 本論文は、2001年度エコノメトリック・ソサエティー主催によるファー・イースタン・ミーティング（7月20日、神戸）における招待講演（題目“Repeated Games with Private Monitoring”）の内容をもとに書かれた。本論文は、今井晴雄・岡田章編『ゲーム理論の新展開（仮題）』（劉草書房）に掲載予定である。

<sup>+</sup> 東京大学経済学部、東京都文京区本郷7 - 3 - 1 . E-mail : hitoshi@e.u-tokyo.ac.jp

して、モニタリングが暗黙の協調にとって重要な役割をなすことを説明する。第4節は、公的モニタリングにおける暗黙の協調を説明する。第5節は、私的モニタリングについて簡単に解説する。第6節は、ほぼ完全な私的モニタリングにおいて暗黙の協調が成立することを、関口 (Sekiguchi (1997)) とエライ・ヴァリマキ (Ely-Valimaki (1999)) をもとに説明する。第7節および第8節は、シグナルの精度が低い私的モニタリングにおいて暗黙の協調が成立することを、二つの松島論文をもとに解説する。第9節は、私的モニタリングの応用例として、複占価格競争市場における暗黙のカルテル協調の可能性を説明する。第7、8、9節の内容は、本論文全体のクライマックスに相当する。最後に、第10節において、結論と今後の課題を述べる。

## 2 . 繰り返しゲームの目的

経済社会において共存する多くの経済主体の利害は、相互に対立する。経済主体は自己の経済的利益を追求する。経済主体の活動の中には、自己の利益を高める一方、他の経済主体に対して不利益をもたらすものがある。しかし、現実の経済主体には規律が働いて、彼らはそのような行動を自嘲する作法やおきて (code of behavior) に従う。その結果、経済主体間で過度の対立はさけられ、暗黙の協調が保たれる。

経済主体は、評判のよい相手に対しては協調的な態度を、そうでない相手に対しては非協調的な態度をとる。経済主体の評判の善し悪しは、その経済主体が過去に規律に従ったかどうかによって左右される。経済主体は、規律に従うことが本人の短期的な利益にそぐわない場合でも、それを尊重する。そうすることによって、将来他者から友好的な扱いをうけるという報酬を得ることができる。

経済主体が規律に従うことによって、経済厚生が高められる状況を考察することは、理論経済学にとってとりわけ重要である。しかし、規律が守られることによる帰結は、社会の便益を常に向上させるとは限りらない。たとえば、カルテルを提携している複数企業は、閉鎖的なおきてを守ることによって、他の企業の参入を阻止したり、不平等な市場シェアや配分を維持し続ける。不適切な慣行に固執することによって、本来利益をもたらすはずのビジネスが実行されない。

規律の作用の仕方は多様であり、過去の歴史的経路に依存した長期的関係においてとらえられるべきである。自己の経済的利益を追求する経済主体が、どのような論理によって規律を守るインセンティブをもつか。どのような規律が、そしてその結果どのような経済配分が、自己充足的な均衡状態として実現されるか。繰り返しゲーム、とりわけ、無限回繰り返しゲーム、は、これらの問題を解明するための、もっとも単純化された、もっとも研究の進展が期待できるモデル形式のひとつである。<sup>1</sup>

繰り返しゲームは以下のように定式化される。複数プレーヤーが標準形ゲーム  $G = (N, (A_i, u_i)_{i \in N})$  を無限回繰り返しプレイする。ここで、 $N = \{1, \dots, n\}$ 、 $A_i$ 、 $A = A_1 \times \dots \times A_n$ 、 $u_i : A \rightarrow R$  は各々、プレーヤー集合、プレーヤー  $i \in N$  の行動集合、行動プロファイル全体の集合、プレーヤー  $i$  の利得関数である。各プレーヤーは、将来の各期に獲得される自己の短期利得を、共通の割引ファクター  $\delta \in [0, 1)$  で割り引いて評価する。行動プロファイルの流列  $a(1), a(2), \dots$  が将来にわたって実現される場合、プレーヤー  $i$  の長期利得 (の1期当平均値) は、

$$v_i = (1 - \delta) \sum_{t=0}^{\infty} \delta^{t-1} u_i(a(t))$$

となる。繰り返しゲームにおける各プレーヤーの戦略は、各期ごとに、そのプレー

<sup>1</sup> 90年代前半までの繰り返しゲームについては、ピアス (Pearce (1992)) および松島 (1994) によるサーヴェイ論文を参照せよ。

プレイヤーが観察した歴史的経緯に依存して、どの行動を決定するかを示す関数  $s_i : \bigcup_{t=1}^{\infty} H(t) \rightarrow \Delta(A_i)$  によって定義される。ここで、 $H_i(t)$ 、 $\Delta(A_i)$  は各々、プレー

ヤー  $i$  が第  $t-1$  期末までに観察可能な歴史的経緯全体の集合、プレイヤー  $i$  の混合行動全体の集合である。繰り返しゲームにおいて、全プレイヤーは、なんらかの完全均衡をプレイすると仮定する。完全均衡戦略プロファイルは、各プレイヤーの、歴史的経緯に依存した規律の作用の仕方を記述したものであると解釈される。

多くの繰り返しゲームの研究に共通して、効率性定理やフォーク定理を証明することは中心的な関心事である。効率性定理とは、パレート効率的な経済配分あるいはその近似的な配分が、繰り返しゲームにおいて、なんらかの完全均衡によって達成できるための十分条件をしめす定理である。フォーク定理とは、個人合理的な、すなわちミニマックスポイント  $(\min_{a_2} \max_{a_1} u_1(a), \min_{a_1} \max_{a_2} u_2(a))$  よりもパレート優

位な、任意の配分がほぼ必ず、なんらかの完全均衡によって達成できるための十分条件をしめす定理である。一般にこれらの定理は、プレイヤーが十分に長期的な、すなわち割引ファクター  $\delta$  が十分に 1 に近い状況において成立する可能性がある。これらの定理を証明することは、当該分野のさらなる進展のための、もっとも重要なステップである。

どのような完全均衡戦略プロファイルが設計されるかは、どの配分が完全均衡によって達成可能かを明らかにすることと同程度ないしはそれ以上に、重要なポイントである。完全均衡戦略プロファイルが明示的に設計されることによって、どのような規律や作法が、どのようなインセンティブの働きによって維持されるかがはっきりする。繰り返しゲームを経済学に応用する場合は、設計された完全均衡戦略プロファイルが具体的にどのような経済行動のパターンを記述しているのか、が重要な論点となる。

### 3 . モニタリングの重要性

プレイヤーが相手の選択した行動をモニターできるか否かは、暗黙の協調が成立する可能性を大きく左右する。たとえば、各プレイヤーが相手の行動をまったくモニターできないと仮定しよう。プレイヤーが実際に規律に従ったかどうかは、相手プレイヤーには全くわからない。自分が規律を守ったことに対して、相手から何らかの見返りをうけることは一切期待できない。よって、各プレイヤーは、規律を守るよりも、自己の短期的利益を追求することの方を優先する。その結果、プレイヤーがいかに長期的な視野に立っていようとも、効率性命題やフォーク定理は成立しえないどころか、1回限りのゲーム  $G$  における非効率なナッシュ均衡の繰り返しプレイだけが、唯一の完全均衡になる。したがって、相互依存関係をいくら長期継続させても、暗黙の協調の可能性に対してなんの効果も生み出さない。

しかし、相手の行動がある程度観察できるならば、効率性命題やフォーク定理が成立する可能性がでてくる。たとえば、相手の行動が各期末において完全に観察できる「完全モニタリング」のケースを考えよう。例として、2人のプレイヤーが、表1に示されるような「囚人のジレンマ」を繰り返しプレイするケースを検討しよう。

	$c_2$	$d_2$
$c_1$	1 , 1	- 3 , 2
$d_1$	2 , - 3	0 , 0

表1

各プレイヤー  $i \in \{1,2\}$  は、協調行動  $c_i$  と非協調行動  $d_i$  のどちらかを選択する。協調行動プロファイル  $c = (c_1, c_2)$ 、非協調行動プロファイル  $d = (d_1, d_2)$ 、およびその他の2つの行動プロファイル  $(c_1, d_2)$ 、 $(d_1, c_2)$  は各々、短期利得ベクトル  $(1,1)$ 、 $(0,0)$ 、 $(-3,2)$ 、 $(2,-3)$  をもたらす。非協調行動プロファイルは、囚人のジレンマにおける唯一のナッシュ均衡である。しかし、このナッシュ均衡は、協調行動

プロファイルよりもパレート的に劣位である。協調行動プロファイルのもとらす利得ベクトル (1,1) はパレート効率的である。両プレイヤーは、パレート効率的配分 (1,1) が継続的に達成されることを望んでいる。

両プレイヤーが、繰り返しゲームにおいて、「トリガー戦略」と呼ばれる、以下に定義されるような戦略をプレイする状況を考察しよう。第1期目には、協調行動をプレイする。第2期以降各期において、過去のすべての期において協調行動プロファイルがプレイされたならば、協調行動をプレイする。しかし、過去に一度でも協調行動プロファイルがプレイされなかった期が存在するならば、非協調行動をプレイする。

トリガー戦略プロファイルに従えば、両プレイヤーはずっと協調行動プロファイルをプレイし続けることになる。よって、各プレイヤー  $i$  の長期利得は、

$$(1-\delta)\{u_i(c) + \delta u_i(c) + \delta^2 u_i(c) + \dots\} = (1-\delta)(1 + \delta + \delta^2 + \dots) = 1$$

となり、トリガー戦略プロファイルによって効率的配分が実現できる。

はたして両プレイヤーは、トリガー戦略プロファイルをプレイするインセンティブをもつだろうか。今、プレイヤー  $i$  が、トリガー戦略のかわりに、非協調行動を第1期からずっと繰り返しプレイし、他方、相手プレイヤーはトリガー戦略をプレイするとしよう。プレイヤー  $i$  は、第1期には高い利得  $u_i(c/d_i) = 2$  を獲得するものの、第2期以降は、非協調行動プロファイルが繰り返しプレイされるため、低い利得  $u_i(d) = 0$  を繰り返し獲得するにとどまる。よって、プレイヤー  $i$  の長期利得は、

$$(1-\delta)\{u_i(c/d_i) + \delta u_i(d) + \delta^2 u_i(d) + \dots\} = (1-\delta)(2 + \delta + \delta^2 + \dots) \\ = 2(1-\delta)$$

となる。トリガー戦略プロファイルが完全均衡となるためには、トリガー戦略にしたがった時の長期利得  $1$  が、非協調行動を繰り返しプレイした時の長期利得  $2(1-\delta)$  を下回らないことが必要である。すなわち、不等式

$$\delta \geq \frac{1}{2}$$

が成立することが必要である。実は、この不等式は、トリガー戦略プロファイルが完全均衡になるための必要かつ十分条件でもある。よって、割引ファクター  $\delta$  が十分に大きいならば、すなわち両プレイヤーが十分に長期的ならば、効率的配分がトリガー戦略による完全均衡によって達成できる。

トリガー戦略プロファイルをプレイするプレイヤーにとって、どのような行為が規律を守ることを意味するかは、時と場合によってことなる。協調行動をプレイすることは、過去に互いに協調行動を取り合ってきた場合にのみ、規律正しい行為とみなされる。ひとたびどちらかのプレイヤーが非協調行動をとったことによって



「信用」を失えば、もはや協調行動をとることは規律を守ることを意味しなくなる。むしろ、信用を失った相手に対しては協調的態度をとらないことが、規律を守る行為だと解釈される。

繰り返しゲームをプレイする状況は、明示的に契約を取り決めることができる状況としばしば対比される。互いの行動をモニターした内容が第三者に立証できる場合は、法的に強制力のある契約を明示的にかわすことによって協調関係を維持できる。どちらかのプレーヤーが非協調行動をとったならば、そのプレーヤーに罰金を払う義務を課することを、あらかじめ契約書に書いておけばいいのである。しかし現実には、モニターした内容を立証することは、高いコストのかかる作業である。モニターの内容が客観的な評価でなかったり、仕事の内容が専門的な理解を必要とする場合は、立証が困難である。モニターした内容が立証困難な状況では、明示的な契約による協調は有効でなくなる。このような状況は、現実社会の重要な側面において、数多く見受けられる。したがって、明示的な契約による協調にかわって、暗黙の協調の重要性がクローズ・アップされることになる。

## 4 . 不完全モニタリング

一般に、相手の行動を完全にモニターできる状況では、十分に長期的なプレーヤーであれば、効率的配分は、完全均衡によって達成可能である。そのみならず、ほぼ全ての個人合理的な配分は、十分に長期的なプレーヤーであれば、完全均衡によって達成可能である。フューデンバーグ・マスキン (Fudenberg and Maskin (1986)) によって示されたように、十分に長期的プレーヤーであれば、完全モニタリングの下では、フォーク定理が成立する。

しかしながら、現実の長期的関係において、お互いの行動を正しく観察することは決して容易でない。たとえば、複占市場において、ライバル企業同士が、価格カルテルをもくろんでいるとしよう。両企業は、独占価格ないしはそれに準じる高い価格水準で、任意の買い手と自社財の取引をおこなうことを約束する。そうすることによって、企業間の価格競争を回避して、独占利潤を山分けしよう、というわけである。もっとも、ライバル企業間で明示的に価格引き下げを制限する契約をかわすことは、独禁法で禁じられる。よって、両企業は、暗黙の協調によってカルテルを維持しようとする。しかし各企業は、ライバル企業に対していくら高価格を口約束したとしても、実際には、ライバル企業に内緒で、低価格販売をするかもしれない。その結果、ライバル企業の売り上げは減少するだろう。しかし、企業は、売り上げが減少したからといって、その原因が相手企業のカルテル破りにある、とは即断できない。企業の売り上げは、ライバル企業の財がどのような価格で販売されたかに依存すると同時に、景気を左右する様々な、観察不可能な外生的要因にも影響をうけているからである。

このような状況では、プレーヤーは、相手プレーヤーの価格決定などの行動を、不完全にしかモニターできない。現実の多くのケースは、このような「不完全モニタリング」の状況下におかれる。よって、不完全モニタリングの状況下において効率性定理やフォーク定理が成立するかどうかを解明することは、繰り返しゲームにおける重要なテーマとなる。

ふたたび、囚人のジレンマを考えよう。今度は、相手の行動は直接観察できないと仮定する。そのかわり、両プレーヤーは各期末に、共通に、シグナル G かシグナル B のどちらかを観察する。もし両プレーヤーが協調行動プロファイルをプレイしたならば、確率  $1-\varepsilon$  でシグナル G が観察され、確率  $\varepsilon$  でシグナル B が観察される。しかし、どちらか一方が非協調行動をとったならば、逆に、シグナル G が確率  $\varepsilon$ 、シグナル B が確率  $1-\varepsilon$  で観察される。ここで、 $\varepsilon$  はゼロより大きく 0.5 より小さいとする。協調行動プロファイルがプレイされればシグナル G が観察されやすく、どちらかのプレーヤーが非協調行動をとればシグナル B が観察されやすい。よって、シグナル G は「良いシグナル」を意味すると解釈される。

両プレーヤーが、以下のように修正されたトリガー戦略プロファイルをプレイする状況を検討しよう。両プレーヤーは、第 1 期にて、協調行動プロファイルをプレイする。第二期以降各期にて、過去すべての期においてシグナル G が観察されれば、協力行動プロファイルをプレイする。しかし、過去に一度でもシグナル B が観察されれば、以降非協調行動プロファイルをプレイし続け、各プレーヤーはゼロ

の短期利得ベクトルを獲得し続ける。よって、トリガー戦略プロファイルがプレイされるならば、各プレーヤー  $i$  は長期利得

$$v_i = (1 - \delta)\{u_i(c) + \delta(1 - \varepsilon)v_i\}, \text{ すなわち}$$

$$v_i = 1 - \frac{\varepsilon\delta}{1 - \delta + \varepsilon\delta} > 0$$

を獲得することになる。不完全モニタリングの下では、たとえまじめに協調行動プロファイルがプレイされたとしても、確率  $\varepsilon$  で暗黙の協調は解消され、非協調行動プロファイルの繰り返しにおちいってしまう。よって、トリガー戦略プロファイルは、効率的配分 (1,1) よりも厳密に劣位な配分しか達成しない。例外として、確率  $\varepsilon$  がゼロのケースでは、トリガー戦略プロファイルは効率的配分を達成するが、このケースは、協調行動プロファイルがプレイされたか否かを区別できるため、実質的に完全モニタリングと同じである。

不完全モニタリングの下で、トリガー戦略プロファイルが完全均衡となるための必要かつ十分な条件は、不等式

$$\delta \geq \frac{1}{2 - 3\varepsilon}$$

が成立することである。もしプレーヤー  $i$  が単独で、トリガー戦略のかわりに非協調行動を第1期から繰り返しプレイするならば、每期確率  $1 - \varepsilon$  で非協調行動プロファイルの繰り返しプレイにおちいり、残りの確率  $\varepsilon$  で協調からの逸脱による短期的利益2を獲得できる。よって、プレーヤー  $i$  は長期利得

$$v'_i = (1 - \delta)\{u_i(c/d_i) + \delta\varepsilon v_i\}, \text{ すなわち}$$

$$v'_i = \frac{2(1 - \delta)}{1 - \varepsilon\delta}$$

を獲得する。よって、プレーヤー  $i$  がトリガー戦略をプレイするインセンティブをもつためには、不等式  $v_i \geq v'_i$ 、すなわち  $\delta \geq \frac{1}{2 - 3\varepsilon}$  が成立しなければならない。

実は、この不等式は、トリガー戦略プロファイルが完全均衡であるための必要かつ十分条件でもある。こうして、両プレーヤーが十分に長期的であれば、上述した修正されたトリガー戦略プロファイルは、繰り返しゲームにおける完全均衡となる。トリガー戦略プロファイルによる完全均衡は、一回限りのゲームにおけるナッシュ均衡利得ベクトル (0,0) よりもパレート優位な配分を達成する。不完全モニタリングのケースであっても、長期的なプレーヤーを仮定すれば、すくなくとも部分的には暗黙の協調が可能である。

もっとも、トリガー戦略プロファイルは、効率的配分 (1,1) を近似的にも達成

させることはできない。よって、次のステップとして、トリガー戦略以外の戦略を使って完全均衡を設計することによって、効率的配分を近似的に達成させることができるかどうか、を明らかにすることが重要である。上述した囚人のジレンマの例とほぼ同じモデルにおいて、ラドナー・マイヤースン・マスキン (Radner-Myerson-Maskin (1986)) は、もし各プレイヤーが、両プレイヤー共通に観察可能なシグナル、すなわち「公的シグナル」の歴史的経緯にのみ依存する戦略をプレイするならば、効率的配分は完全均衡によって達成できないことを証明した。従来、この論文を根拠にして、不完全モニタリングの下では、効率的配分の完全均衡による近似的達成は、一般的にも期待できないだろうと推測されてきた。しかし現在では、この推測は正しくないことがわかっている。

松島 (Matsushima (1989)) は、ラドナー・マイヤースン・マスキン論文の悲観的な結果は、公的シグナルの可能性集合の大きさが2であることに強く依存していることを指摘した。公的シグナルとは、両プレイヤーが共に観察できるシグナルのことで、後述する「私的シグナル」と区別される。松島論文は、囚人のジレンマにおいて、公的シグナルの集合が大きければ、たとえモニタリングの精度が非常に低くても、効率的な配分が完全均衡によって近似的に達成できることを示した。ここで、モニタリングの精度が低いとは、行動プロファイルについての条件付きの、公的シグナルの発生確率  $p(\omega|a)$  が行動プロファイルにあまり強くは依存しないことを意味する。

可能な公的シグナルが G と B のみの場合、シグナル B が観察されたならば、両プレイヤーが共に次期以降ペナルティーを受けるように戦略プロファイルを設計しなければ、両プレイヤーに協調行動プロファイルをプレイするインセンティブを与えることができない。しかし、このようなペナルティーの設計の仕方では、たとえ正しく協調行動プロファイルが選択されたとしても、正の確率  $\varepsilon$  でパレート劣位なペナルティーにおちいることになる。これが原因となって、効率的配分の完全均衡による達成が妨げられるのである。松島論文は、公的シグナルの集合が大きければ、一方のプレイヤーを罰することを示唆するシグナルと、他方のプレイヤーを罰することを示唆するシグナルとを区別して、完全均衡戦略プロファイルを設計することができることを示した。一方のプレイヤーを罰する際には他方のプレイヤーに有利な配分を与えるように、戦略プロファイルを設計すれば、配分の効率性をそこなうことなく、両プレイヤーに協調行動プロファイルを選択するインセンティブを与えることができる。プレイヤーに対するペナルティーは実質的には他方のプレイヤーへの利得移転に相当するため、ペナルティーの額をいくら大きくしても効率性のロスにはならない。よって、モニタリングの精度が低くても、ペナルティーを大きくすることによって、効率性のロスを生むことなく、協調行動のインセンティブを両プレイヤーに与えることができるのである。<sup>2</sup>

<sup>2</sup> 近年、神取・小原 (Kandori-Obara (2000)) は、公的シグナルの集合の大きさが2の場合でも、自己の選択した行動の履歴に依存する混合戦略を考慮すれば、効率的配分を完全均衡によって達成できる可能性があることを示した。神取・小原論文における戦略設計の仕方は、後述するエライ・ヴァリマキ (Ely-Valimaki (1999)) によく似たもので、彼らが独立に開発したものである。

## 5 . 公的モニタリングと私的モニタリング

不完全モニタリングの下での繰り返しゲームの考察は、既に長い研究の歴史をもつ。特に、1990年代には、シグナルが全プレイヤー共通に観察可能な「公的モニタリング」の状況について、数多くの研究がなされた。なかでも、フューデンベルグ・レヴィン・マスキン (Fudenberg-Levine-Maskin (1994)) は、公的モニタリングの範囲においては一般的な条件のもとで、フォーク定理が成立することを証明した。また、アブリュー・ピアス・スタケッティ (Abreu-Pearce-Stacchetti (1990)) は、公的シグナルの履歴にのみ依存する完全均衡によって達成可能な配分を、任意の割引ファクターのもとで特定化する定理を示した。これらの研究成果は、当該分野における重要な貢献ではあるけれども、公的モニタリングの仮定に強く依存したものである。

現実の経済環境において公的モニタリングを仮定することは、概して不適切である。経済主体は、自分の利害に影響をあたえる他者の、不確かな行動を探ろうとする際には、まず身近に利用できる情報に注意を向ける。新聞やネット情報などは、たしかに身近に利用できる情報メディアかもしれない。しかし、これらのメディアからの情報は、社会の広範囲に向けて発進する価値のあるものに限定される。また、どのような情報ソースも、最初には、ある特定の経済主体によって私的に観察され、遅れをともなっていて伝達されたり、不十分にしか人々の注意を喚起できなかったりする。このような情報獲得の遅れや見落としは、低い割引ファクターと同様の、暗黙の協調にとって致命的なマイナス効果を生む。よって、経済主体は、公的に利用可能な情報を使って暗黙の協調を達成させる可能性には、あまり多くの期待をよせられない。このような理由から、経済主体は、自分だけが私的に観察できたシグナル情報を即座に利用することによって、暗黙の協調を模索しようとする。

再びカルテルの例を検討しよう。複占企業は、自己の売り上げを見て、相手企業がカルテルをやぶったかどうかをモニターする。各企業の売り上げは、少なくとも短期的には、相手企業に知られることのない私的情報である。よって、両企業は、相手は自分をモニターする術をある程度はもっているだろうが、しかし、実際に自分の取引行動をどのようにモニターしたかはわからない、という状況におかれていることになる。

各プレイヤーが、相手プレイヤーの行動を私的にしか観察できないシグナルによってモニターする状況を、私的モニタリングと呼ぶことにしよう。公的モニタリングは、各プレイヤーが私的に観察するシグナルが相互に完全相関しているケースに対応するので、私的モニタリングの特殊ケースとみなすことができる。私的モニタリングという、もう一段一般化された繰り返しゲームの環境を考察することによって、フォーク定理や効率性定理を、単に自分の行動がある程度モニターされているという事実だけから導くことができるかどうか、我々の解明すべき問題となる。

私的モニタリングにおける暗黙の協調を考察する場合には、公的モニタリングにはない、均衡分析をする上での、本質的な困難がある。再び、囚人のジレンマの繰り返しゲームにおいてトリガー戦略をプレイする状況を考えよう。公的モニタリングのケースでは、両プレイヤーがシグナル B を共通に観察すると、次期以降の

戦略プロファイルは、一回限りのゲームでのナッシュ均衡を繰り返す非効率な完全均衡に調整 (coordinate) される。しかし、私的モニタリングのケースでは、一方のプレーヤーが私的にシグナル B を観察したにもかかわらず、他方のプレーヤーは私的にシグナル G を観察していることが、正の確率でおこる。自分は過去に信用できない行為がなされたことを示唆する情報を得ているにもかかわらず、他の人はそのことを知らないので、次期以降の戦略プロファイルを非協調的な均衡に調整することができない。従来、これが主な理由となって、私的モニタリングの下での繰り返しゲーム分析は難しいと考えられてきた。さらには、私的モニタリングの下では、フォーク定理や効率性定理は成立しないとさえ推測されてきた。

たとえば、私的シグナル構造が条件付き独立性をみたしているケースを検討しよう。条件付き独立性は、行動プロファイルについての条件付きの、私的シグナルプロファイルの発生確率が、個別の私的シグナルの発生確率の積によってあらわされる、すなわち、

$$p(\omega_1, \omega_2 | a) = p_1(\omega_1 | a)p_2(\omega_2 | a)$$

が常に成り立つことを意味する。よって、条件付き独立性は、私的シグナルが完全相関している公的モニタリングのケースとは対極に位置する私的モニタリングの特殊ケースとみなされる。条件付き独立性下でトリガー戦略プロファイルのような純粋戦略プロファイルがプレイされるならば、自分が観察する私的シグナルは、相手がどの私的シグナルを観察したかについてなんら情報を提供しない。したがって、相手が次期以降どのような戦略をとるか、すなわち再びトリガー戦略をプレイするのか、あるいは非協調行動の繰り返し戦略をプレイするのか、についての予想は、今日自分がどの私的シグナルを観察したかには全く依存しないことになる。

松島 (Matsushima (1991)) は、行動決定の仕方を、相手の戦略についての情報をふくまない履歴には依存させないとする、限定合理性の仮定のもとでは、一回限りのゲームでのナッシュ均衡の繰り返しプレイのみが唯一の純粋戦略完全均衡となることを証明した。この悲観的な結果は、私的シグナルの精度がいくら高くても、そしてプレーヤーがいかに長期的であろうとも成立する。

もっとも、混合戦略完全均衡や、限定合理性をとらぬ純粋戦略完全均衡を考慮するならば、効率性定理やフォーク定理が成立する可能性がでてくるかもしれない。本論文の残りの部分は、私的モニタリングの下で効率性定理やフォーク定理が導かれる可能性を示した、近年の研究成果を紹介する。

## 6 . ほぼ完全な私的モニタリング

関口 (Sekiguchi (1997)) は、私的モニタリングの下で、効率性定理が成立する可能性があることを示した最初の論文である。関口論文は、条件付き独立性のもとで、前述したような囚人のジレンマの例を考察した。そして、各プレーヤーが、第1期首において、トリガー戦略と非協調行動の繰り返し戦略の、二つの純粋戦略のうちどちらかをランダムに決定する混合戦略をプレイする可能性について検討した。相手が混合戦略をプレイしている場合は、プレーヤーが観察する私的シグナルは、たとえ条件付き独立性の下であろうとも、相手プレーヤーがどの純粋戦略をプレイしているかについての情報を含むことになる。

たとえば、プレーヤーが第1期末に私的シグナル G を観察した場合、この観察結果は、相手プレーヤーが第1期首において、非協調行動の繰り返し戦略ではなく、トリガー戦略をプレイすることを決定した可能性が高いことを意味する。逆に、私的シグナル B が観察された場合、この観察結果は、非協調行動の繰り返し戦略をえらんだ可能性が高いことを意味する。相手プレーヤーが第1期首において決定した純粋戦略がこのように学習される結果、各プレーヤーは、私的シグナル G を観察し続ける限りトリガー戦略をプレイする一方、一度私的シグナル B を観察すれば、以降非協調行動を繰り返すことによって、疑わしい相手を罰するインセンティブをもつ可能性が生まれる。

関口論文は、シグナルの精度が非常に高い、「ほぼ」完全モニタリングの下では、上述した混合戦略プロファイルのクラスの中に完全均衡が存在することを証明した。シグナルの精度が完全に近いことを仮定しているので、この完全均衡は効率の配分を近似的に達成する。

関口論文における効率性定理は、ほぼ完全モニタリングであることを仮定しているとはいえ、厳密に完全モニタリングの下での効率性定理の論理から直接導くことができるような、トリヴィアルなものではない。たとえば、プレーヤーが、前期末において、私的シグナル B をはじめて観察したとしよう。よって、相手プレーヤーが既に非協調行動の繰り返しプレイに戦略を切り替えた可能性が非常に高いと予想される。プレーヤーは、トリガー戦略にしたがって、自分も今期以降非協調行動の繰り返しプレイに戦略を切り替える。さらに、今期末において、今度は私的シグナル G を観察したとしよう。私的シグナル G は相手が非協調行動をプレイした場合にはほとんど観察されないと仮定するならば、プレーヤーは、相手プレーヤーが非協調行動の繰り返し戦略に既にスイッチしていたと予想したのはまちが이었다と判断することになる。しかし、だからといって、プレーヤーは相手プレーヤーが次期に協調行動をプレイするとはもはや予想しない。自分は今日非協調行動をプレイしたので、相手プレーヤーは今期末に高い確率で私的シグナル B を観察しているはずである。このことは、次期以降相手プレーヤーは高い確率で非協調行動の繰り返しプレイに戦略を切り替えてくることを意味する。こうして、一度非協調行動の繰り返し戦略に切り替えると、途中で何度も私的シグナル G を観察したとしても、非協調行動の繰り返しプレイを止めようとはしなくなる。以上より、疑わしいと判断された相手プレーヤーを長期にわたって厳しく罰するインセンティブが

維持され、トリガー戦略プロファイルが完全均衡となるのである。暗黙の協調を説明するこのような新しい論理は、公的モニタリングの考察の中からは決してでない性質のものである。<sup>3</sup>

関口論文以降、いくつかの関連論文が登場する。なかでも、エライ・ヴァリマキ (Ely-Valimaki (1999)) による囚人のジレンマの研究は、重要度の高い研究である。エライ・ヴァリマキ論文は、関口論文とはことなるタイプの戦略プロファイルを設計することによって、ほぼ完全なモニタリングの下でフォーク定理が成立することを証明した。

戦略が私的シグナルの履歴に依存する場合、各プレーヤーは、相手が今期どのような戦略をプレイするかを十分に把握できないまま最適反応を計算しなければならない。このことが原因となって、従来、私的モニタリングの下での繰り返しゲーム分析は、公的モニタリングよりも難しいと考えられてきた。関口論文では、自己の私的シグナルの観察を通じて相手の将来戦略についての予想を改定することが、各プレーヤーから、私的シグナルに応じて行動選択を変更するインセンティブを引き出す原動力になった。

関口論文における均衡設計の仕方とはことなって、エライ・ヴァリマキ論文は、各プレーヤーに、相手がとりうるどの戦略に対しても、最適反応プレイを保証するような戦略プロファイル、すなわち相互交換可能性条件 (interchangeability) をみたす完全均衡の存在可能性を検討した。相手プレーヤーがどの戦略を今期以降プレイするかについて学習しなくても、各プレーヤーが最適反応をプレイできるような完全均衡を分析したのである。

エライ・ヴァリマキ論文は、私的シグナル  $G$  を観察した次の期には協調行動を、私的シグナル  $B$  を観察した次の期には非協調行動を、各々高い確率でプレイするマルコフ型の戦略を検討した。各プレーヤーにとって、相手プレーヤーが、はたして協調行動を選択することからスタートする戦略をプレイするのか、あるいは非協調行動を選択することからスタートする戦略をプレイするのか、を確率的に判断することは、時間の経過につれて複雑困難な作業になっていく。そこで、エライ・ヴァリマキ論文は、相手プレーヤーが協調行動の選択からスタートする戦略をプレイしようとも、非協調行動の選択からスタートする戦略をプレイしようとも、どちらに対しても最適反応になるように均衡戦略を設計しようと考えたのである。このような均衡戦略が存在するならば自動的に、行動プロファイル  $(c_1, c_2)$ 、 $(c_1, d_2)$ 、 $(d_1, c_2)$ 、 $(d_1, d_2)$  の選択からスタートする 4 通りの戦略プロファイル、およびこれらによる混合戦略プロファイルは全て、完全均衡になる。この意味において、エライ・ヴァリマキ論文において設計される戦略プロファイルは、相互交換可能性をみたす。

エライ・ヴァリマキ論文は、ほぼ完全モニタリングの状況下で、割引ファクターが 1 に十分近い、非常に長期的なプレーヤーを想定した場合に、上述した設計の仕方によって、相互交換可能性をみたす完全均衡が存在し、効率的定理が成立することを証明した。また、戦略設計の仕方をさらに発展させることによって、ほぼ完全モニタリングの状況下で、割引ファクターが 1 に十分近い場合にフォーク定理が

<sup>3</sup> バシュカール・小原 (Bhaskar-Obara (2000)) は、条件付き独立性をみたさない一般的な囚人のジレンマに、関口論文の効率性定理を拡張した。



成立することをも証明した。

エライ・ヴァリマキ論文では、相互交換可能性のおかげで、相手プレイヤーの戦略予想を綿密に計算しなくても、戦略プロファイルが完全均衡になっているかどうかをチェックできる。これによって、私的モニタリングにおける繰り返しゲームがかなり分析しやすくなった。エライ・ヴァリマキ論文を踏まえるならば、より一般的なシグナル構造においても、相互交換可能性ないしはその修正された条件を仮定することによって、有益な分析結果がえられることが期待できる。次節以降は、修正された相互交換可能性にもとづく完全均衡分析が紹介される。

## 7. 低い精度の私的モニタリング

前節におけるフォーク定理ないしは効率性定理はいずれも、私的モニタリングの精度が非常に高い、ほぼ完全なモニタリング状況に限定されたものだった。よって、次のステップとして、我々は、私的シグナルの精度が低く、完全モニタリングからかけはなれた状況においても、フォーク定理や効率性定理が成立しうるかどうかを解明しなければならない。

松島 (Matsushima (2001a)) は、囚人のジレンマにおいて、条件付き独立性のもとでは、私的シグナルの精度に関係なくフォーク定理が成立することを証明した。囚人のジレンマの例を再び検討しよう。今度は、確率  $\varepsilon$  は、ゼロに近いことを仮定せず、0.5 未満の任意の値とする。確率  $\varepsilon$  が 0.5 に近ければ、私的シグナルの精度が非常に低いことになる。

各プレーヤーは、以下のような戦略をプレイする。最初の  $T$  期間において、協調行動をプレイしつづける。この  $T$  期間に私的シグナル  $G$  を  $M$  回以上観察したならば、次の  $T$  期間、すなわち第  $T+1$  期から第  $2T$  期の間においても、協調行動をプレイしつづける。もし私的シグナル  $G$  を観察した回数が  $M$  回未満ならば、次の  $T$  期間は、ある正の確率で非協調行動をプレイしつづける、残りの確率で協調行動をプレイしつづける。さらに、第  $T+1$  期から第  $2T$  期の間、私的シグナル  $G$  が十分な回数観察されれば、再び次の  $T$  期間で協調行動をプレイしつづける、そうでなければ、ある正の確率で非協調行動をプレイしつづける。以下同様にして、各プレーヤーの戦略が定義される。

各プレーヤーは、無限に続くプレイ期間を、 $T$  期間ごとの「レビュー期間」に区切って、各レビュー期間ごとに相手プレーヤーの行動をモニターした内容を集計する。私的シグナル  $G$  の観察された回数とその集計の内容であり、この回数が高ければ高いほど、相手プレーヤーが協調行動を選択しつづけた可能性が高いことを意味する。各プレーヤーは、私的シグナル  $G$  の観察された回数が閾値  $M$  を上回れば、相手プレーヤーはレビューに合格したと判断し、次期からスタートするレビュー期間において協調行動を繰り返すことによって、相手プレーヤーに御褒美を与える。しかし、レビューに合格しなければ、次期からスタートするレビュー期間において非協調行動を繰り返すことによって、相手プレーヤーに罰則を与える。このように、一定期間を一区切りにしてレビューして、集計した内容にもとづいて相手を罰するかどうかを決める戦略を、「レビュー戦略」と呼ぶことにする。

レビュー戦略プロファイルは、レビュー期間  $T$  を十分に大きくとり、閾値  $M$  を  $(1-\varepsilon)T$  より小さく  $\varepsilon T$  より大きくとるならば、効率的配分  $(1,1)$  を近似的に達成させることができる。レビュー戦略プロファイルにしたがって、第 1 期から  $T$  期間、協調行動プロファイルがプレイされつづければ、各プレーヤーが観察する私的シグナル  $G$  の回数はほぼ確実に  $(1-\varepsilon)T$  の周辺、すなわち  $M$  回以上になる。よって、両プレーヤーは共に、ほぼ確実に相手のレビューに合格することになり、 $T+1$  期以降も協調行動プロファイルをプレイし続けることになる。こうして、レビュー戦略プロファイルは、効率的配分を近似的に達成する。

各プレーヤーは、協調行動と非協調行動を織り交ぜることによって、相手プレ

ーヤーに悟られないように、暗黙の協調から逸脱することを試みるかもしれない。しかし、閾値  $M$  を  $(1-\varepsilon)T$  に近い値に定めるならば、このような部分的な逸脱によって便益を獲得することはできなくなる。閾値  $M$  が  $(1-\varepsilon)T$  に近い値に定められることによって、わずかな期間数非協調行動を選択しただけでも、レビューに不合格する確率を十分に高めてしまうからである。

また、レビューに不合格になった際に相手プレーヤーが非協調行動の繰り返しプレイに転じる確率を適切に定めれば、非協調行動の繰り返しプレイからスタートするレビュー戦略と、協調行動の繰り返しプレイからスタートするレビュー戦略のどちらもが最適反応になる。よって、各レビュー期間の開始時において、2種類のレビュー戦略のいずれもが、相手がどちらのレビュー戦略をプレイするかに関係なく最適反応になる。この性質は、エライ・ヴァリマキ論文によって提示された相互交換可能性を弱めた条件に対応し、完全均衡の分析を容易にする。

こうして、レビュー戦略プロファイルをうまく設計することによって、松島論文は、条件付き独立性下で効率性定理を証明し、また、レビュー戦略をさらに発展させて、フォーク定理も証明した。

これらの定理の証明において、条件付き独立性は以下のような重要な役割を果たす。条件付き独立性がみたされない場合、各プレーヤーは、レビュー期間中において、自己の私的シグナルの観察から、相手プレーヤーが今期までに私的シグナル  $G$  を何回観察したかについて情報を得ることができる。つまり、自分が相手のレビューに合格できるかどうかを、次第によりよく知るようになる。たとえば、自己の私的シグナルの観察により、相手プレーヤーが私的シグナル  $G$  を既に閾値以上の回数観察した可能性が非常に高いという情報を得たとしよう。よって、今期以降のレビューの残余期間においてどのような行動決定をするかに関係なく、自分が相手プレーヤーのレビューに合格することはほぼ明らかであるため、このプレーヤーは、今期以降協調行動を繰り返すインセンティブを失ってしまう。このことは、レビュー戦略プロファイルが完全均衡にならないことを意味する。

条件付き独立性をみたさないケースの代表例は、お互いの私的シグナルが完全に相関している、公的モニタリングである。よって、上述した理由から、レビュー戦略プロファイルは、公的モニタリングの下では、完全均衡にならない。レビュー戦略の基本的なアイデアは、もともとは、公的モニタリングにおける繰り返しゲーム研究の経緯のなかで提示された。たとえば、ラドナー (Radner (1985, 1986)) は、その代表的な論文である。しかし、レビュー戦略の直観的な理解のしやすさにもかかわらず、レビュー戦略が公的モニタリングに応用できる範囲は、プレーヤーが将来利得を全く割り引かないケースや、片方のプレーヤーの行動のみが不確実であるケースなどに限られ、あまり広いとはいえない。

松島論文は、公的モニタリングにおいては困難なレビュー戦略の適用は、条件付き独立性をみたす私的モニタリングにおいては、極めて容易かつ有用であることを示したことになる。もっとも、条件付き独立性は、それ自体かなり私的モニタリングの考察範囲を限定する条件である。したがって、レビュー戦略設計ないしはその修正案が、条件付き独立性をみたさない私的モニタリングにおいても効率性定理やフォーク定理の証明に役立てることができるかどうか、次に明らかにされるべ

きである。

## 8 . 条件付き独立性をみたさない状況への一般化

松島 (Matsushima (2001b)) は、条件付き独立性の仮定をみたさない、かなり一般的な 2 人ゲームにおいても効率性定理が成立することを証明した。レビュー戦略の基本的な考え方は、各プレーヤーは、レビュー期間において何回「良いイベント」を観察したかを数えて、その回数が十分に大きい時にのみ相手プレーヤーをレビューに合格させる、ということである。そして、自分自身が観察する私的シグナルが、相手プレーヤーが良いイベントを観察したかどうかについての情報を含まないことが、レビュー戦略プロファイルが完全均衡となるために必要な条件である。条件付き独立性は、この性質を保証する条件である。しかし、条件付き独立性をみたさなくても、上述した性質をみたす「良いイベント」をうまく選ぶことができさえすれば、効率性定理やフォーク定理を証明できる。

松島論文は、以下に示されるかなり広範囲の、条件付き独立性をみたさない私的モニタリングにおいて、効率性定理が証明できることを示した。両プレーヤーの私的シグナルは、観察不可能な不確実性要因  $\theta$  をつうじて関連していると仮定する。不確実性要因  $\theta$  は、行動プロファイルについての条件付き確率  $f(\theta | a)$  によってランダムに決定される。私的シグナルのプロファイルは、行動プロファイルと不確実性要因についての条件付き確率  $p(\omega_1, \omega_2 | a, \theta)$  によってランダムに決定される。したがって、行動プロファイルについての条件付きの、私的シグナルプロファイルの発生確率は、

$$p(\omega_1, \omega_2 | a) = \sum_{\theta} p(\omega_1, \omega_2 | a, \theta) f(\theta | a)$$

である。松島論文は、以下の二つの条件がみたされるならば、効率性定理が成立することを証明した。

(1) 条件付き確率  $p(\omega_1, \omega_2 | a, \theta)$  は条件付き独立性をみたす、すなわち、

$$p(\omega_1, \omega_2 | a, \theta) = p_1(\omega_1 | a, \theta) p_2(\omega_2 | a, \theta)$$

が成立する。

(2) 各プレーヤー  $i \in \{1, 2\}$  と行動  $a_i \in \{c_i, d_i\}$  について、私的シグナル集合上の確率関数  $p_i(\cdot | a, \theta) : \Omega_i \rightarrow [0, 1]$  は、 $(a_j, \theta) \in A_j \times \Xi$  について、線型独立である。ここで、 $\Omega_i$ 、 $\Xi$  は各々、プレーヤー  $i$  の私的シグナル集合、不確実性要因  $\theta$  の可能性集合である。

もしプレーヤー  $i$  の私的シグナル集合が、相手プレーヤー  $j$  の行動集合と不確実性要因の可能性集合の積に比べて小さくないならば、すなわち、不等式

$$|\Omega_i| \geq |A_j| \times |\Xi|$$

が成立するならば、条件(1)をみたす私的シグナル構造全体の集合のほぼいたるところ全てにおいて、条件(2)が成立する。よって、条件(1)の下では、退化ケースを除いて、常に効率性定理が成立する。また、任意の公的モニタリングのケースは、条件(1)と(2)をみたすなんらかの私的モニタリングのケースによって近似することができる。よって、松島論文は、公的モニタリングと条件付き独立性という、私的モニタリングの両極端を統合した広範囲にわたって、効率性定理を証明したことになる。

松島論文では、以下のように修正されたレビュー戦略が設計された。プレイヤー  $i$  は、行動  $a_i \in A_i$  を選択して任意の私的シグナル  $\omega_i \in \Omega_i$  を観察した場合、確率  $\mu_i(a_i, \omega_i)$  で得点1を加算する。T 期間のレビューの結果、加算された得点が閾値  $M$  以上であれば相手プレイヤーをレビューに合格させ、そうでなければ不合格にする。得点1の加算を「良いイベント」と呼ぶことにしよう。もし条件(2)が成り立つならば、行動プロファイルと不確実性要因  $\theta$  についての条件付きの、良いイベントの発生確率  $\sum_{\omega_i} \mu_i(a_j, \omega_i) p_i(\omega_i | a, \theta)$  が不確実性要因  $\theta$  について一定になるように、確率  $\mu_i(a_i, \omega_i)$  を定めることができる。さらには、この確率の値が  $a_j = c_j$  において最大に、 $a_j = d_j$  においてその次の大きさに、それ以外の行動においてはより小さくなるように、確率  $\mu_i(a_i, \omega_i)$  を定めることができる。つまり、条件(2)によって、「良いイベント」の確率を、不確実性要因に依存させないように定めることができる。さらには、条件(1)より、相手プレイヤーが「良いイベント」を観察したかどうかについて、自分の観察した私的シグナルが何ら情報を提供できないことが保証される。こうして、条件付き独立性の仮定下とほぼ同様の論理を適用することができるようになり、効率性定理を証明できるのである。

## 9 . カルテルへの応用

カルテルは、私的モニタリングにおける繰り返しゲームの応用に非常に適した問題領域である。我々は、かなり一般的な私的モニタリングの2人ゲームにおいて効率性定理が成立することを知った。本節は、前節の成果をもとにして、複占価格競争市場における暗黙のカルテル協調を説明する。

松島 (Matsushima (2001b)) は、論文の後半部において、最適なカルテル協調が完全均衡によって近似的に達成できる複占価格競争市場モデルを示した。今、 $n$ 人の消費者が潜在的に存在している。各消費者は、企業1か2のどちらか一方から、1単位ないしはゼロ単位の財を購入する。企業1および2は、各期において各々、自社財価格  $a_1 \in A_1 = \{0, 1, \dots, \bar{a}_1\}$ 、 $a_2 \in A_2 = \{0, 1, \dots, \bar{a}_2\}$  を同時決定する。この決定は消費者には観察可能だが、相手企業には観察できない。両企業が生産する財は差別化されており、どちらの財をより選好するかは、消費者および不確実性要因  $\theta \in \Xi$  ごとにことなる。各消費者  $h \in \{1, \dots, n\}$  が実際に財を購入するかどうかは、価格ベクトル  $a \in A$  や「公的な」不確実性要因  $\theta$  以外に、各々の私的な不確実性要因  $\theta_h \in \Xi_h$  にも依存する。この私的不確実性要因の、行動プロファイルと公的不確実性要因についての条件付きの発生確率は、条件付き独立性をみたすことを仮定する。

各企業  $i \in \{1, 2\}$  は単位コスト一定で生産するが、そのキャパシティーには上限がある。個別需要が上限値  $\bar{\omega}_i$  を上回ると、超過需要が発生することになり、実際の取引額はこの上限値に一致する。各企業にとって、この取引額ないしは売上げだけが私的に観察可能なシグナルであると仮定する。もし、キャパシティーの上限値に比べて、潜在消費者数が十分に大きければ、この複占モデルにおけるシグナル構造は概して、フル・サポートを持つことになる。よって、シグナルの精度の非常に低い環境をも考察対象となる。

公的な不確実性要因  $\theta$  は、市場全体に影響を与えるマクロ的な景気変動要因であり、私的な不確実性要因  $\theta_h$  とは区別される。個別企業の私的シグナルである売上げは、観察不可能なマクロ的な景気変動要因  $\theta$  を通じて相関しているため、我々は、条件付き独立性をみたさないケースを検討していることになる。

松島論文は、上述した複占モデルにおいて、もしキャパシティーの上限値が、価格集合と不確実性要因の可能性集合の積よりも大きければ、すなわち不等式

$$\bar{\omega}_i > (\bar{a}_i + 1)|\Xi|$$

が成立するならば、退化ケースをのぞいて一般に、最適なカルテル協調が、完全均衡によって近似的に達成できることを証明した。この可能性定理は、前節において説明した松島論文の前半部において示された効率性定理から、ほぼ直接的に証明することができる。

カルテルについての初期の考察であるスティグラー (Stigler (1964)) は、企業が取引価格を秘密裏に引き下げることが、カルテルを内部崩壊させるもっとも効果的な要因だと論じた。しかし、カルテル協調を維持する完全均衡プレイの最中におい

ても、各企業は秘密裏に価格を引き下げることがある。その結果、均衡経路上において、高い価格付けによる協調、低価格競争、アンバランスな市場シェアの配分が、立ち現れては消えるサイクルが発生している。このような変動は、市場競争圧力の強弱によってカルテルが消滅したり発生したりしていることを意味するというよりはむしろ、暗黙のカルテル協調を維持するためのインセンティブが有効に働いていることを示唆している。

従来のカルテルに関する理論分析では、グリーン・ポーター (Green-Porter (1984)) による、公的モニタリングの下での繰り返しゲームが有名である。グリーン・ポーター論文は、両企業が同質財を供給する数量競争モデルを考察し、企業に共通の取引価格が需給均衡によって決定されると仮定した。その結果、各企業が秘密裏に取引価格を変更する可能性は、カルテルの是非を論じる上で重要であるにもかかわらず、仮定によって排除されてしまった。この点において、グリーン・ポーター論文は適切なモデル分析とはいえない。

神取・松島 (Kandori-Matsushima (1998)) は、非常に一般的な私的モニタリングの下で繰り返しゲームを分析し、その際、プレイヤーが相互に、公的に観察可能なメッセージを随時交換できることを仮定した。その結果、フューデンベルグ・レヴィン・マスキン (Fudenberg-Levine-Maskin (1994)) やアブリュー・ピアス・スタケッティ (Abreu-Pearce-Stacchetti (1990)) などの、公的モニタリングにおける繰り返しゲーム分析と本質的に同じアプローチによって、フォーク定理を証明することができた。したがって、非常に一般的な価格競争寡占市場において、企業間でメッセージの交換が随時可能ならば、暗黙のカルテル協調が完全均衡によって達成可能であることになる。もっとも、ライバル企業同士がコミュニケーションした事実が外部に発覚されれば、その企業は反トラスト法に違反したと認知され、法的制裁を受けることになる。よって、この場合、ライバル企業間で交渉がなされたかどうかについて監視を強化することは、カルテルに対する有効な抑止力となる。一方、松島論文において示されたカルテルは、企業間のコミュニケーションをとまなわないから、法的制裁についても頑強な暗黙の協調関係である。



## 10. まとめと今後の課題

本論文は、私的モニタリングの下での繰り返しゲームについての近年の研究成果を、主に二つの松島論文 (Matsushima (2001a, 2001b)) を中心に紹介した。条件付き独立性をみたす囚人のジレンマにおいて、私的シグナルの精度に関係なく、フォーク定理が成立することが示された。条件付き独立性をみたさない一般的な2人ゲームにおいても、効率性定理が成立することが示された。また、複占価格競争市場に応用することによって、最適なカルテル協調が達成できることが示された。

私的モニタリングについての理論研究が進展することによって、繰り返しゲームの応用対象はさらに広がると考えられる。エージェンシーなどの内部組織における長期的関係においては、モニタリングは主観的査定によっておこなわれることがある。このような場合は、モニタリングの内容を共有することも伝達することも困難であるから、私的モニタリングのモデルによる分析が適切である。

私的モニタリングは、組織と組織との間の関係についての分析に適する。一般に、組織間で共有できる情報は限られているため、公的モニタリングのモデルは不適切である。カルテルは、組織間の関係をあつかう、よい一例である。また、環境経済学の問題領域には、複数の独立した企業組織や個人にまたがる相互依存を扱ったものがある。ことなる種類の公害を誘発し、その汚染の程度は客観的に査定できない経済主体の行為が、どのような条件下で自主規制されるかは、重要な政策的願意をもつ論点であり、私的モニタリングの繰り返しゲームによって分析されるべきである。

私的モニタリングにおける繰り返しゲームは、理論面においても応用面においても発展途上である。たとえば、3人以上のゲームについては、十分に考察されていない。割引ファクターが低い、プレーヤーがあまり長期的でないケースについては、ほとんど何もわかっていない。

相互交換可能性をみたさない完全均衡を考慮することによって、より広範囲において暗黙の協調が達成できるかもしれない。しかし、現段階では、関口論文における、幾分制約された、ほぼ完全なモニタリングをみたす囚人のジレンマの例を除いては、我々はなんの理解にも達していない。

繰り返しゲームの研究は、今後のさらなる進展に託されるどころ大である。

## 参考文献

- Abreu, D., D. Pearce, and E. Stacchetti (1990): "Towards a Theory of Discounted Repeated Games with Imperfect Monitoring," *Econometrica* 58, 1041-64.
- Bhaskar, V. and I. Obara (2000): "Belief-Based Equilibria in the Repeated Prisoners' Dilemma with Private Monitoring," mimeo.
- Ely, J. and J. Valimaki (1999): "A Robust Folk Theorem for the Prisoner's Dilemma," mimeo.
- Fudenberg, D. and E. Maskin (1986): "The Folk theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information," *Econometrica* 54, 533-56.
- Fudenberg, D., D. Levine, and E. Maskin (1994): "The Folk Theorem with Imperfect Public Information," *Econometrica* 62, 997-1040.
- Kandori, M. and H. Matsushima (1998): "Private Observation, Communication and Collusion," *Econometrica* 66, 627-652.
- Kandori, M. and I. Obara (2000): "Efficiency in Repeated Games Revisited: The Role of Private Strategies," mimeo.
- Matsushima, H. (1989): "Efficiency in Repeated Games with Imperfect Monitoring," *Journal of Economic Theory* 48, 428-442.
- Matsushima, H. (1991): "On the Theory of Repeated Games with Private Information, Part I: Anti-Folk Theorem without Communication," *Economics Letters* 35, 253-256.
- 松島斉 (1994) : 「過去、現在、未来 : 繰り返しゲームと経済学」、岩井克人・伊藤元重編 『現代の経済理論』、東京大学出版会。
- Matsushima, H. (2001a): "The Folk Theorem with Private Monitoring," Discussion Paper CIRJE-F-123, University of Tokyo.
- Matsushima, H. (2001b): "Repeated Games with Private Monitoring and Secret Price Cuts," mimeo.
- Pearce, D. (1992): "Repeated Games: Cooperation and Rationality," in *Advances in Economic Theory: Sixth World Congress*, ed. by J.-J. Laffont, Cambridge University Press.
- Radner, R. (1985): "Repeated Principal Agent Games with Discounting," *Econometrica* 53, 1173-1198.
- Radner, R. (1986): "Repeated Partnership Games with Imperfect Monitoring and No Discounting," *Review of Economic Studies* 53, 43-47.
- Radner, R., R. Myerson, and E. Maskin (1986): "An Example of a Repeated Partnership Game with Discounting and with Uniformly Inefficient Equilibria," *Review of Economic Studies* 53, 59-70.
- Sekiguchi, T. (1997): "Efficiency in Repeated Prisoners' Dilemma with Private Monitoring," *Journal of Economic Theory* 76, 345-361.
- Stigler, G. (1964): "A Theory of Oligopoly," *Journal of Political Economy* 72, 44-61.