CIRJE-J-234

# ベンチマーク問題と経済時系列
(GDP 速報と GDP 確報を巡って)

東京大学大学院経済学研究科
国友直人

統計数理研究所
川崎能典

2011 年4月

# On Benchmarking and Temporal Distributions for Economic Time Series with an Application to Japanese GDP

## Abstract

We discuss the benchmarking and temporal distribution methods for economic time series. We compare the Pro-Rata, the Denton and the Chow-Lin methods, and apply them to an analysis of some components of Japanese GDP.

We have found that the Denton method often gives reasonable results among three methods compared.

# ベンチマーク問題と経済時系列

(GDP 速報と GDP 確報を巡って) *

国友直人†

&

川崎能典‡

2011 年 4 月

**要約**

内閣府が定期的に公表している国民経済計算では一部の構成系列の推定において、四半期原データに対しベンチマーク法と呼ばれている統計的処理を行い、確定系列の公表値を作成している。ここでは GDP 推計において利用されている方法などを例としてベンチマーク法を巡る統計的問題と課題について考察した。特にプロラタ (Pro-Rata) 法, デントン (Denton) 法, チャオ・リン (Chow-Lin) 法など経済時系列分野で知られている統計的方法を議論し、実例を用いて比較した。

**鍵言葉**

経済時系列の断層問題, ベンチマーク法, Pro-Rata 法, Denton 法, Chow-Lin 法, GDP 速報と GDP 確報, ベンチマーク問題と季節性

---

*KK-11-4-20. 本稿は国友直人が内閣府経済社会総合研究所・客員主任研究官として行った研究成果の一部である。GDP に関するデータを提供してくれた広田茂氏 (内閣府) に感謝する。なお云うまでもないが、ここで報告する内容については誤解を含めてあくまで著者に責任は帰する。

†東京大学大学院経済学研究科

‡統計数理研究所

## 1. はじめに

ここ数年間における世界経済や日本経済の変動とともに日本経済における主要なマクロ経済系列の多くでも激しい変動が観察されている。特に政府や民間のエコノミスト、マクロ経済学者が注目している日本の GDP 系列をはじめとする主要なマクロ時系列では、2005 年頃から景気の回復基調から 2008 年-2009 年にかけての大きな落ち込みと底からの若干の回復基調などが観察されたが、さらに 2011 年 3 月に発生した東日本大震災の影響なども今後懸念される。

こうした最近に観察されている経済変動の解釈や理解、今後の動きについては、マクロ経済指標の解釈、それに基づく経済の将来見通しを不確かなものにしている。エコノミストや経済学者は政府の統計当局が発表するマクロ経済データを利用して経済動向を分析し、景気動向を判断するという統計データの利用者 (エンド・ユーザー) であるが、近年では政府当局が発表するマクロ経済統計の数値についての疑問、あるいは批判を発することがある。そうしたコメントの中には明らかにマクロ経済統計、あるいは政府による経済統計の作成過程について正しい理解に欠けている場合も少なくないが、マクロ経済統計の作成について理解している関係者にとっても一概に誤解とは言い難い重要な論点も幾つか存在している。例えば内閣府が作成・公表している四半期 GDP 速報や GDP 確報の数値については公表されるたびに同一時期の四半期 GDP 伸び率がかなり変更されることもあり、ときにはゼロ付近においてプラスとマイナスが入れ替わりうるなど、GDP 速報値や GDP 確報値による景気判断などを困難なものにしている。こうした事態は GDP 速報値・GDP 確報値を大きなよりどころとして日本のマクロ経済の景気動向を判断しているエコノミスト、あるいは景気判断にもとづき当面の経済政策を立案している政府関係者などにとって見過ごせない問題である。四半期 GDP に関する問題としては、四半期 GDP の 1 次速報値は定期的に内閣府より公表されるが、公表の後の約 1 ヶ月後に速報値の数値が改訂され 2 次速報値が公表され、さらにかなりの時間が経過したのちに確報値が公表されるという制度になっている。近年の経験からは、同一時期の GDP の数値自体（しばしば年率換算された成長率であるが）が発表される度に変更され、速報値、速報値の改訂値 ( 2 次速報値)、確報値の間のギャップが無視できないことがある。この問題は日本政府における統計当局者にとり公表している統計数値の信

頼性と関わるが、マクロ経済統計がマクロ経済の動向を把握し、経済政策の立案にかかわる基礎資料とされている現状から見ても、十分に検討すべき課題である。ここで重要な鍵となる統計学的問題は、エコノミスト、政府関係者、あるいは経済学者の多くは原系列ではなく、月次 (四半期) の系列から計算された前年同月比 (前年同期比)、あるいは政府の中の担当部局が「X-12-ARIMA と呼ばれる季節調整法」を施した季節調整値としての四半期 GDP とその主要な構成要素を推計した後に計算された「変化率・伸び率、年率換算値」に基づいて経済動向を議論していることである。GDP 統計における 1 次速報値・2 次速報値を巡る統計的問題の一端については例えば佐藤・国友 (2010), 国友・佐藤 (2010) などが議論している。

本稿ではこうした GDP などマクロ経済統計をめぐる統計的課題の中でも、直接の関係者を除けばこれまであまり注目されなかったであろうベンチマーク問題について考察する。次節で説明するように、GDP 速報値と GDP 確報値にギャップが生じうる主要な理由の一つがマクロ時系列統計で生じる断層問題とベンチマーク法の利用問題である。政府統計に対する迅速性と正確性と云う異なる要求に対応する現行の政府統計の公表形態からは、断層問題とベンチマーク問題を避けることはできない。ところが日本の政府統計や経済統計関係の文献を (限られた範囲ではあるが) 渉猟しても、単なる統計作成上の実務的問題としてとらえているのであろうか、あまり系統的な説明や検討結果があまり見かけない[1] 。特に実際の多くの時系列データで見られる季節性についてはしばしば全く別個の問題として理解され、実務でもベンチマーク問題と季節調整問題が十分な検討を経ずに別々に処理されているという論点が重要であろう。多くの時系列の季節調整法では原系列に対して何らかの統計的方法で平滑化 (smoothing) という操作を行うので、原系列に依存して季節調整系列も変化するのでベンチマーク問題と切り離して考えることはできない。これまでに提案されているベンチマーク法の多くでは原系列レベルの調整、変化率の改定幅の調整をある種の平滑化 (smoothing) を施すことで補正するという、統計的方法と解釈できる。そこで、日本において政府統計や経済統計の諸問題に関心のある読者を念頭に、ベンチマークに関わる統計的方法について一般的な説明を行うことも

[1] 少なくとも内閣府で GDP 統計を実務的に作成している関係者に聞いた範囲では IMF マニュアル (2001), 内閣府 (2010) における説明以上の情報は得られていないようである。他方、国際的には Dagum & Cholette (2006) などが知られているが本稿の解釈や評価はそれらの文献とはかなり異なることを注意しておく。

意味が無いとは云えないだろう。特に GDP 統計では実務的必要性から古くからベンチマーク法を利用しているので本稿では GDP 統計に関わる幾つかの系列を実例としてベンチマーク問題を説明し、問題の重要性と今後の改善可能性などについて議論する。

本稿の第 2 節ではベンチマーク問題を簡単な数値例を交えて説明する。次に第 3 節では GDP 統計に利用されることが多い、比例デントン法, 第 4 節ではチャオ・リン法を説明する。第 5 節では日本の設備投資系列と出荷系列を例として実際の分析例を議論する。最後に第 6 節では既存のベンチマーク法についての評価、さらにはベンチマーク問題を巡る今後の課題について説明する。

## 2. 経済時系列におけるベンチマーク問題

政府が定期的に公表しているマクロ時系列の中でも特に GDP 統計は重要であるが、定期的に公表されている主要な系列としては GDP1 次速報値, GDP2 次速報値, GDP 確報値、などが挙げられる[2] 。GDP 速報は公表時期をできるだけ早くするために、関係する統計調査の中でも観測期間から約１ヶ月程度の遅れを伴い集計される数値、推定値を元にして作成されている。したがって、公表データの速報性はかなり確保できる反面、統計調査のカバレッジが限定されているなど統計数値の収集や計測上から生じる観測誤差 (measurement errors) は無視できないと考えられる。他方、GDP 確報は公表時期はかなり遅れるものの、より正確で大規模な政府統計調査に基づくのであるから、一般的には推計したい真の系列に対して観測上で生じる誤差はより小さくなると考えられる[3] 。ここで GDP 確報の推定においては正確性は高いものの年次系列としてのみしか系列が推計されず、四半期データは得られない系列も少なからず存在する、という問題がある。この場合には「四半期系列としての速報値からの集計された年次系列」と「確報値として推計される年次系列」に差が生じることが一般的であり、これは「経済時系列における断層問題」として知られ

[2] この他で重要な基準値の改訂問題が挙げられるが、これはより長期的な問題であり本稿では取りあげない。

[3] 本稿では政府統計調査の精度に関する様々な論点は議論しないが、GDP 統計を構成する系列の中には年次系列としてしか意味がない系列も少なからず存在すると思われる。政府活動をはじめ細かな産業連関の数値は年次系列しか十分な精度を持たないだろう。

ている。

こうした年次系列としての乖離を考慮しつつ既に得られている四半期系列（補助系列と呼ばれる）より年次系列との整合性を含めて新たに四半期系列を推計する問題はベンチマーク問題 (benchmark problem) と呼ばれている。国際的にはこうした経済時系列の作成上で生じる実務的問題に対処するベンチマーク問題を解決する幾つかの異なる統計的方法が開発されてきている。他方、日本における GDP 推計など政府統計のこれまでの実務ではプロ・ラタ (Pro-Rata) 法と呼ばれている比例配分によるベンチマーク法がしばしば利用されている[4]。このプロ・ラタ法については経済統計家の間では古くから幾つかの問題があることなどが指摘されている。この問題を理解するために IMF マニュアル (2001) に掲載されている数値例を利用して説明しておく。

| 期間 | 原系列 | 原変化率 | Pro-rata 値 |
|---|---|---|---|
| 1998Q1 | 98.2 | | |
| 1998Q2 | 100.8 | 2.6 | 2.6 |
| 1998Q3 | 102.2 | 1.4 | 1.4 |
| 1998Q4 | 100.8 | -1.4 | -1.4 |
| 1999Q1 | 99.0 | -1.8 | +1.5 |
| 1999Q2 | 101.6 | 2.6 | 2.6 |
| 1999Q3 | 102.7 | 1.1 | 1.1 |
| 1999Q4 | 101.5 | -1.2 | -1.2 |
| 2000Q1 | 100.5 | -1.0 | -1.0 |
| 2000Q2 | 103.0 | 2.5 | 2.5 |
| 2000Q3 | 103.5 | 0.5 | 0.5 |
| 2000Q4 | 101.5 | -1.9 | -1.9 |

表 2.1: 段差問題の数値例

[4] 少なくとも例えば日本の GDP 統計ではこれまで利用されてきている。

この数値例では原系列の四半期データを新たに得られた年次推計値 400.0(1998年),416.1(1999 年) により各年で比例配分により割り振る方法 (プロラタ法と呼ばれている) により推計された値を示している[5] 。上の数値より明らかであるが 1999 年 Q1 の変化率は-1.8 より+1.5 に変化している。これは 1999 年の年次推定値が原四半期系列の和よりも大幅に上方修正された結果、「推定値の変化率の改訂」が特定の 1999 年 Q1 にしわ寄せされて数値として表れた、と解釈できよう。

このように補助系列の集計値と年次系列が一致しない場合などに特に、比例配分方式で各四半期に年次系列を割り振ると、断層処理による人工的な変化率の変化が生じうる、という問題が生じるのである。実際の時系列の扱いではさらに季節性の処理、季節調整の問題も重要ではあるが、この Pro-Rata 法での問題点を解決すべく、Denton(1971) はデントン法と呼ばれているベンチマーク法を提案している。他方、Chow & Lin (1971, 1976) によりチョウ・リン法と呼ばれている方法を提案している[6] 。その後、こうしたデントン法やチョウ・リン法は様々な方向に拡張され、一連のベンチマーク法が政府統計家の間では知られているが、本稿ではそれらの方法をまとめてデントン法、チョウ・リン法と呼ぶことにする。本稿では主要なベンチマーク法について検討するとともに、既存の文献では説明されていないベンチマーク法と四半期系列の季節調整問題との関係も議論する。

## 3. 比例デントン法

比例デントン法とは四半期分割法の有力な実務的方法として政府統計関連の文献で説明されている[7] 。ここで $n(n > 1)$ 年間、季節周期 $s$ 期 $(s > 1)$ の場合を検討するが、一般性を失うことなく議論の簡単化のために観測期間を $T = ns$ としておく。特に四半期分割法では $s = 4$, 月次分割の場合には $s = 12$ とすればよい。ここであらかじめ観測値として得られている補助系列 $q_t$ $(t = 1, \cdots, T)$, 新たに推定された年

[5] 原四半期系列の和としての年次系列は 402.0(1998 年), 404.8(1999 年), 408.5(2000 年) であるのでやや人工的な数値例である。

[6] あるいは回帰法 (regression based methods) とも呼ばれているが、これらの用語は統計学的にはあまり適切でないと思われる。

[7] 例えば IMF (2001), 内閣府 (2010) などを参照。

次系列 $A_k$ $(k=1,\cdots,n)$ とすると、比例デントン法とは制約条件

$$\sum_{i=1}^{s} X_{s(k-1)+i} = A_k \ (k=1,\cdots,n) \tag{3.1}$$

の下で目的関数

$$\mathrm{PD} = \sum_{t=2}^{T} \left[ \frac{X_t}{q_t} - \frac{X_{t-1}}{q_{t-1}} \right]^2 \tag{3.2}$$

の最小化問題の解として定義される。

この問題は二次計画問題の一種であるが、制約が簡単な線形関係で表現されていることから次のように具体的に解を求めることができる。まず $s \times s$ 行列 $\mathbf{P}_s$ を分割し

$$\mathbf{P}_s = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & 1 \\ & \mathbf{I}_{s-1} & & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_s^{'} \\ \mathbf{J}_{s-1}^{'} \end{bmatrix} , \tag{3.3}$$

次に $T \times T$ 行列

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{1}_s^{'} \\ \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{J}_{s-1}^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \end{bmatrix} . \tag{3.4}$$

により定義する[8] 。推定したい T 次元ベクトル $\mathbf{x} = (X_1,\cdots,X_T)^{'}$ に対して線形変換

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{P}\mathbf{x} \tag{3.5}$$

を考えよう。このとき

$$\mathbf{P}^{'-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{(1)}^{'} \\ \mathbf{P}_{(2)}^{'} \end{bmatrix} , \tag{3.6}$$

$\mathbf{B} = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}^{*}\mathbf{Q}^{-1}$ ($q_t \neq 0$, $|\mathbf{P}_s| = (-1)^s$ より $|\mathbf{P}| \neq 0$ であるので) としておくと便利である。さらに $T \times T$ 行列 $\mathbf{Q}$ および $(T-1) \times T$ 行列 $\mathbf{\Lambda}$ をそれぞれ

$$\mathbf{Q} \ = \ \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & \vdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & q_T \end{bmatrix} , \tag{3.7}$$

[8] 行列 $\mathbf{A} = (a_{ij}), \mathbf{B} = (b_{ij})$ のテンソル積は $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = (a_{ij}\mathbf{B})$ により定める。

$$(3.8) \qquad \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ddots & & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

により定め,

$$(3.9) \qquad \begin{aligned} \mathbf{B}^{*} &= \mathbf{\Lambda}'\mathbf{\Lambda} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & & 0 \\ 0 & -1 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 2 & -1 & 0 \\ 0 & \cdots & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

とする。このとき評価関数 (3.2) は $\mathrm{PD} = \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x}$ と表現できる。

一般に任意の $T \times T$(非負定符号) 対称行列 $\mathbf{B}$,$n \times 1$ 定ベクトル $\mathbf{a} = (A_1, \cdots, A_n)'$ に対して制約条件 $\mathbf{y}_1 = \mathbf{a}$ の下で二次形式

$$(3.10) \qquad \begin{aligned} \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} &= \left[ \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{y}_2 \end{pmatrix} \right]' [\mathbf{P}'^{-1}\mathbf{B}\mathbf{P}^{-1}] \left[ \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{y}_2 \end{pmatrix} \right] \\ &= \mathbf{y}_2'[\mathbf{P}_{(2)}'\mathbf{B}\mathbf{P}_{(2)}]\mathbf{y}_2 + 2\mathbf{y}_2'[\mathbf{P}_{(2)}'\mathbf{B}\mathbf{P}_{(1)}]\mathbf{a} + \mathbf{a}'[\mathbf{P}_{(1)}'\mathbf{B}\mathbf{P}_{(1)}]\mathbf{a} \end{aligned}$$

を最小化する解は

$$(3.11) \qquad \mathbf{y}_1^{*} = \mathbf{a}\ ,\ \mathbf{y}_2^{*} = -[\mathbf{P}_{(2)}'\mathbf{B}\mathbf{P}_{(2)}]^{-1}[\mathbf{P}_{(2)}'\mathbf{B}\mathbf{P}_{(1)}]\mathbf{a}$$

で与えられる。(ここで行列 $\mathbf{\Lambda}$ の階数 $T-1$, 行列 $\mathbf{P}_{(2)}$ の階数 $n(s-1) = T-n$, 行列 $\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}_{(2)}$ の階数 $T-n$ より $|\mathbf{P}_{(2)}'\mathbf{B}\mathbf{P}_{(1)}| \neq 0$ となる。) したがって, $\mathbf{x}$ の解は

$$\mathbf{x}^{*} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^{*} \\ \mathbf{x}_2^{*} \end{bmatrix} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{y}^{*} = \left[\mathbf{P}_{(1)}, \mathbf{P}_{(2)}\right]\mathbf{y}^{*}$$

である。ここで逆行列 $\mathbf{P}^{-1} = [\mathbf{P}_{(1)}, \mathbf{P}_{(2)}]$ ($|\mathbf{P}| \neq 0$) は次の補題を利用するとここでの逆行列の分割行列は明示的に求まり, 上の解は

$$\mathbf{x}^* = \left[\mathbf{I}_n - \mathbf{P}_{(2)}(\mathbf{P}_{(2)}^{'}\mathbf{B}\mathbf{P}_{(2)})^{-1}\mathbf{P}_{(2)}^{'}\mathbf{B}\right]\mathbf{P}_{(1)}\mathbf{a} \tag{3.12}$$

と表現できる。

**補題 1** :

(i) $T \times T$ 行列

$$\mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & & 0 \\ 0 & -1 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 2 & -1 & 0 \\ 0 & \cdots & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

の固有値は $4\sin^2[\pi s/(2T)]$ $(s = 0, 1, \cdots, T-1)$ で与えられる。

(ii)$T \times T$ 行列 $\mathbf{P}(T = sn)$ の逆行列 $\mathbf{P}^{-1} = [\mathbf{P}_{(1)}, \mathbf{P}_{(2)}]$ は

$$\mathbf{P}^{-1} = \left[\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{e}_s, \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{J}_{s-1}^*\right] \tag{3.14}$$

で与えられる。ただし, $s \times (s-1)$ 行列

$$\mathbf{J}_{s-1}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{s-1} \\ -\mathbf{1}_{\mathbf{s-1}}^{'} \end{bmatrix},$$

$\mathbf{e}_s = (0, \cdots, 0, 1)'$ は $s \times 1$ ベクトル, $\mathbf{1}_{s-1} = (1, \cdots, 1)'$ は $(s-1) \times 1$ ベクトルを利用した。

(**証明**) : (i) $T \times T$ 行列 $\mathbf{A}_T$

$$\mathbf{A}_T = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

とすると

$$\mathbf{B}^* = 2\mathbf{I}_T - 2\mathbf{A}_T \tag{3.15}$$

と表現できる。そこで Anderson (1971) の Theorem 6.6.5(Page 288) を用いると[9] 行列 $\mathbf{A}_T$ の固有値は $\cos(\pi s/T)$ $(s = 0, \cdots, T-1)$ で与えられる。このことから行列 $\mathbf{B}^*$ の固有値は $2 - 2\cos(\pi s/T) = 4\sin^2[\pi s/(2T)]$ $(s = 0, \cdots, T-1)$ で与えられる。
(ii) 逆行列の表現は逆行列の条件 $\mathbf{PP}^{-1} = \mathbf{I}_T$ より示せる。 **Q.E.D.**

目的関数が (3.2) の場合には行列 $\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{BP}_{(2)}$ の固有値の評価 (例えば (3.2) のとき行列 $\mathbf{B}^*$ の階数は補題 1 より T-1 となる) より次の結果が得られる。

**定理 1**： $s > 1, n > 1, T = sn, q_t \neq 0$ $(t = 1, \cdots, T)$ とする。制約条件 (3.1) の下で目的関数 (3.2) を最小化する解は一意であり (3.11) および (3.12) で与えられる。

**注意 1**：
(i) この問題はより一般的な評価関数について拡張可能である。評価関数の選択についての基準の検討が望まれる。比例デントン基準 PD は $X_t/q_t = c$(一定) のときにゼロになるので直観的な妥当性がある。
(ii) 目的関数はすべてのデータについての二乗和になっているが、例えば加重二乗和を最小化することもできる。特に直近のデータのベンチマークを行う場合には有力であるが、その場合は項数を選択する必要がある[10] 。
(iii) 特に条件 $q_t > 0$ $(t = 1, \cdots, T)$ は必要なさそうである。実務的には $q_t > 0$ のとき、非負解 $X_t \geq 0$ $(t = 1, \cdots, T)$

$$\left[\mathbf{I}_n - \mathbf{P}_{(2)}(\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{BP}_{(2)})^{-1}\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{B}\right]\mathbf{P}_{(1)}\mathbf{a} \geq \mathbf{0} \tag{3.16}$$

となる簡単な条件は有用であろう[11] 。二次計画問題に対する非負解の数値的な探索は内点法の問題となる可能性がある。

[9] 固有ベクトルが満たすべき 2 次差分方程式よりこの場合には固有値を具体的に求めることができる。
[10] なお Denton 法における評価関数 (3.2) は経験的な適切性が議論されているものの、唯一な評価関数ではない。例えば IMF(2001), Dagun & Chalotte (2006) は様々な可能性について言及している。
[11] 例えば内閣府 (2010) などが議論している。

# 4. チャオ・リン法とその拡張

ベンチマーク問題について Chow & Lin (1971, 1976) は線形回帰モデルを利用する解法を提案している。彼らのアイデアは問題を誤差項が定常確率過程にしたがう線形回帰モデルと見なし、被説明変数の予測問題に対する最適解としてベンチマーク解を導くというアプローチである[12]。補助系列より推定したい系列を $T \times 1$ ベクトル $\mathbf{x} = (X_1, \cdots, X_T)$, $k$ 個の補助系列を並べた $T \times k$ 行列を $\mathbf{Z} = (z_{ij})$ $(i = 1, \cdots, T; j = 1, \cdots, K)$ とする。係数ベクトル $\boldsymbol{\beta}$ にたいして, ベクトル

$$\mathbf{x} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{u} = (u_i) \tag{4.1}$$

を確率変数列として, その期待値ベクトルと共分散行列を

$$\mathcal{E}[\mathbf{u}] = \mathbf{0}\ ,\ \mathcal{E}[\mathbf{u}\mathbf{u}'] = \mathbf{\Sigma} \tag{4.2}$$

と表現しよう。統計モデルとしては被説明変数ベクトルは観測不能な状態変数 (unobservable state) であるから、退化した観測変数行列 $\mathbf{Z}$, 退化した観測ベクトル $\mathbf{a}$ に対する状態変数モデル (state space model)

$$\mathbf{x} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}\ ,\ \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{a} \tag{4.3}$$

における状態変数ベクトル $\mathbf{x}$ の推定問題として解釈すべきであろう。

ここで確率ベクトル $\mathbf{u}$ の分散・共分散行列の逆行列が存在すると仮定しよう。このとき $\mathbf{W} = \mathbf{\Sigma}^{-1}$ と置くと確率ベクトル $\mathbf{x}$ の (補助系列 $\mathbf{Z}$ による) 予測誤差を最小にする問題は

$$\mathrm{Min}\ [\mathbf{x} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}]'\mathbf{W}[\mathbf{x} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}]\ \ \mathrm{s.t.}\mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{a} \tag{4.4}$$

と定式化できよう。ここでただし, 年次系列と原四半期系列との整合性を表現する制約条件に表れる $\mathbf{C}$ は $n \times T$ 定行列, $\mathbf{a}$ は $n \times 1$ 定ベクトルである。ラグランジュ乗数ベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ を利用してラグランジュ形式を

$$L = \frac{1}{2}[\mathbf{x} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}]'\mathbf{W}[\mathbf{x} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}] - \boldsymbol{\lambda}'[\mathbf{C}\mathbf{x} - \mathbf{a}] \tag{4.5}$$

[12] ただしベンチマーク問題では被説明変数は観測されず観測不能な状態変数であるから、状態変数として定式化すべきと思われるが、この問題は本稿では議論しない。

としてとすると, 次のようにまとめることができる。証明は通常の条件付最小化問題であるので省略する。

**定理 2**： $s > 1, n > 1, T = sn, q_t \neq 0\ (t = 1, \cdots, T)$ とする。制約条件付最小化問題 (4.3) の解は次の式で与えられる。

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = [\mathbf{Z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{C}\mathbf{Z}]^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{a}\ , \tag{4.6}$$

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = (\mathbf{C}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{C}')^{-1}[\mathbf{a} - \mathbf{C}\mathbf{Z}\hat{\boldsymbol{\beta}}]\ , \tag{4.7}$$

とすると

$$\mathbf{x} = \mathbf{Z}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{W}^{-1}\mathbf{C}'\hat{\boldsymbol{\lambda}} \tag{4.8}$$

で与えられる。

ここでは二つの例のみを挙げておく。

**例 4.1**： $k = 1,\ \mathbf{W} = \mathbf{I}_T,\ \mathbf{Z} = \mathbf{z}$ と置こう。このとき単純な行列の計算からベンチマーク法の解 (4.5)〜(4.7) は

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \frac{\mathbf{z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}}{\mathbf{z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{C}\mathbf{z}}\mathbf{a}\ , \tag{4.9}$$

$$\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{I}_T - \mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{C}]\frac{\mathbf{z}\mathbf{z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}}{\mathbf{z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{C}\mathbf{z}}\mathbf{a} + \mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{a} \tag{4.10}$$

で与えられる。この解を要素毎に解いてみると Pro-rata 解にかなり類似していることは興味深い。

**例 4.2**： 特に確率ベクトル $\mathbf{u} = (u_i)$ が定常的な AR(1) 過程にしたがうと仮定したベンチマーク・モデルに対して Chow & Lin (1971, 1976) が提案した方法がチャオ・リン法である。ここで確率過程 $u_i = \rho_1 u_{i-1} + v_i$($v_i$ はホワイトノイズ) とするとき自

己共分散関数の逆行列は

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_1^{'}\mathbf{R_1} = \frac{1}{\sigma^2}\begin{bmatrix} 1 & -\rho_1 & 0 & \cdots & & 0 \\ -\rho_1 & 1+\rho_1^2 & -\rho_1 & \cdots & & 0 \\ 0 & -\rho_1 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1+\rho_1^2 & -\rho_1 & 0 \\ 0 & \cdots & & -\rho_1 & 1+\rho_1^2 & -\rho_1 \\ 0 & \cdots & & 0 & -\rho_1 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

と表現される。ここで $\sigma^2$ は誤差の分散, $\rho_1$ は１次自己相関係数であり

$$\mathbf{R}_1 = \frac{1}{\sigma^2}\begin{bmatrix} \sqrt{1-\rho_1^2} & 0 & 0 & \cdots & & 0 \\ -\rho_1 & 1 & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & -\rho_1 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & & -\rho_1 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & & 0 & -\rho_1 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

と表現される。

**注意２** :
なお、ここで説明した Chow-Lin 法は誤差項の過程の妥当性を仮定できればある種の最適性があるが、実際にはウエイト関数 $\mathbf{W}$ を決める必要がある[13] 。Chow-Lin 法では AR(1) モデルを仮定しているので $\rho_1$ をデータから推定することが考えられる。同様に観測誤差項に時系列モデルが仮定が正しく、かつ正しい値が推定できれば様々な適切なベンチマーク解が得られる、と考えられる。

## 5. ベンチマーク法の適用例

実際に観測される経済時系列は通常はこれまで主な文献で利用しているベンチマークの統計モデルが仮定している状況よりも遙かに複雑な確率構造をしていると考えられる。第一にこれまで考えられているベンチマーク・モデルでは適用する時

[13] したがって、より正確に言えば原論文が主張しているような最適性はない。

系列データには季節性は考えられていない。第二にはチャオ・リン法に置いては特定の確率過程の定常性があらかじめ仮定されている場合もあるが、この場合には近年の経済時系列論の展開からはトレンド成分と循環成分のとらえ方に疑問が生じる。

ここで時刻 $t$ において観察される時系列 $X_t$ が乗法成分モデル

$$X_t = TC_t \times S_t \times I_t \ \ (t = 1, \cdots, T) \tag{5.1}$$

にしたがう状況を考察しよう[14]。ここで政府統計の実務ではベンチマーク操作を行った系列対して、トレンド成分 $T_t$ と循環成分 $C_t$ を区別せずに $TC_t = T_t \times C_t$ とする季節調整モデルを仮定して季節調整を行うことが通例であることに言及しておく。こうした操作を行うときにベンチマーク操作における季節調整操作の影響を調べる必要があろう。補助時系列 $q_t$ について加法成分モデル

$$q_t = TC_t^{(q)} \times S_t^{(q)} \times I_t^{(q)} \ \ (t = 1, \cdots, T) \tag{5.2}$$

を仮定して分析する必要がある。

例えばあらかじめ季節調整した補助系列を利用すれば、季節調整済みベンチマーク系列が直接に求められる。ベンチマークを行う主要な要件として季節調整済み前期比の安定性が挙げられるとすると、ベンチマーク操作と季節調整系列の関係を検討する必要がある。

### 日本の設備投資系列と出荷系列の例

日本の設備投資系列と出荷系列の原系列を実例として、年次系列から補助系列としての四半期系列を参照しつつ, 四半期データを生成する諸手法を適用して比較した。ここでここで取り上げる方法は、Denton (1971), Chow & Lin (1971), Fernandez (1981), Litterman (1983) である。Chow-Lin, Fernandez, Litterman の違いは、分配後の誤差系列にどのような時系列構造を仮定するかの違いである。Chow-Lin は AR(1)、Fernandez は 1 次のランダムウォーク、Litterman は ARIMA(1,1,0) である[15]。

数値分析の結果は補論の幾つかの図としてまとめておいたが、今回に行ったデータ分析からは次のようなことがわかった。

---

[14] 伝統的な季節調整モデルでは乗法モデルが標準的であった。この場合には不規則変動要素は非負の確率変数として定式化されることなどに注意する必要がある。

[15] 例えば Di Fonzo (2003, pp. 3-6) を参照せよ。

(i) 設備投資に関してはどの手法を採用しても結果に大きな違いがない。ただ、ベンチマーク系列と補助系列の比を観察すると、Denton 法は滑らかな動きであり、Chow-Lin 法、Fernandez 法、Litterman 法はやや変動が大きい。Chow-Lin モデルの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = 0.99$、Litterman モデルでの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = 1.00$ であった。従って、Chow-Lin 法、Fernandez 法が図で殆ど重なっていることは納得がいくが、なぜ Litterman 法までもが同じ軌跡辿るのか、すぐには理解が難しいように思われる。2 階差モデルなのだが、イノベーションの分散が非常に小さいとからであろう。
(ii) ベンチマークを行う際、参照する系列に季節性が含まれていれば、必然的にベンチマーク系列も季節性を反映する。前期比伸び率を計算したい場合など、足下の動向・変化を把握したいとなれば、ベンチマーク系列を季節調整することになる。一方、参照系列を季節調整してしまい、季調済系列に対してベンチマークをとる方法も考えられる。この方法は、季調済系列だけではなくベンチマーク原系列とも言うべき系列も公表しなければならない場合には問題であるが、季節調整をベンチマーク処理の前後に行うときの得られるベンチマーク値の結果を比較しておくことには一定の意義があろう。

今回取り上げた時系列の中では、出荷系列には明瞭な季節成分は含まれないことから、以下設備投資系列だけを取り上げる[16]。参照系列の季節調整は、対数加法型でトレンド 2 階差分の標準季節調整モデルが支持されたので、これにより行った。季調済参照系列に対し、ベンチマーク法をさまざまに変えて結果を比較した。レベル (上段) で観察すると、どの方法も結果が重なっているように見えるが、変化率 (中段) で見ると総じて Pro Rata 法の結果で変動が大きいことが観察される (同様のベンチマークとインデックス (参照系列) の比率を参照)。

次に関心のあることは、先に季節調整をした場合 (SA-BM) と、ベンチマーク後に季節調整した場合 (BM-SA) とでどのような違いが生じるかを、比較することである。性急な一般化は避けなければならないが、Chow-Lin 法や Pro-Rata 法に比べると、Denton 法は季節調整に関して頑健であるという印象を与える。

原四半期のベンチマーク値の季節調整値と季節調整値のベンチマーク値を比較す

[16] DECOMP でモデル選択すると、季節成分を含む分解は、含まない分解より大きな AIC を与えるので、季節モデルは支持されない。

ると、前者の方が若干ではあるがより安定する結果が得られた。季節調整法を一種の平滑化と理解すると当然な結果と解釈できる。設備投資系列についてはその差は小さい。

(iii) 出荷 (石油製品) に関しては、4 手法で類似の結果を出しているが、Pro-Rata 法だけが 2008 年第 1 四半期で方向が違う。Chow-Lin モデルの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = 1.42$、Litterman モデルでの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = 1.33$ であった[17] 。発散型の時系列モデルが推定されており、解釈が難しい。

(iv) 出荷 (石炭製品) に関しては、Chow-Lin 法は推定がうまくいっていない。Chow-Lin モデルの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = -3$ であり、激しく上下に振幅しながら発散していることは、この推定値に起因している。2007 年第 4 四半期で値が負になってしまい、伸び率の定義に支障が生じている。Litterman モデルでの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = -1.01$ であった。

(v) ベンチマーク系列と補助系列 (インデックス) との比率を、出荷 (石油製品) および出荷 (石炭製品) で示した図からは、両者とも、Pro-Rata 法を滑らかに縫っているのは Denton 法である。

### デントン法の再考

ここでデントン法について若干の考察を加えておく。(5.1) と (5.2) より

$$\frac{X_t}{q_t} - \frac{X_{t-1}}{q_{t-1}} = \frac{TC_t \times S_t \times I_t}{TC_t^{(q)} \times S_t^{(q)} \times I_t^{(q)}} - \frac{TC_{t-1} \times S_{t-1} \times I_{t-1}}{TC_{t-1}^{(q)} \times S_{t-1}^{(q)} \times I_{t-1}^{(q)}} \tag{5.3}$$

である。したがって、例えば季節成分比 $S_t/S_t^{(q)}$ =(一定値), 不規則変動成分比 $I_t/I_t^{(q)}$ =(微少) が相対的に小さいと見なして

$$\frac{X_t}{q_t} - \frac{X_{t-1}}{q_{t-1}} \sim \frac{TC_t}{TC_t^{(q)}} - \frac{TC_{t-1}}{TC_{t-1}^{(q)}}$$

と近似してみよう。ここでさらにベンチマーク系列と原系列のトレンド・循環成分の変化率を $r_t^{TC} = (TC_t - TC_{t-1})/TC_{t-1}$, $r_t^{TC,q} = (TC_t^{(q)} - TC_{t-1}^{(q)})/TC_{t-1}^{(q)}$ と置けば、

[17] ソフトウエアの説明によると最尤法を利用していることになっている。しかしながら推定値が非定常領域の境界や発散領域に入っているという問題が発生している。Rats は計量経済学では比較的よく知られたソフトウエアであるがより詳細に原因を調べる必要がある。

簡単な計算よりデントン法の評価基準は

$$\text{PD}^* = \sum_{t=2}^{T} (\frac{TC_{t-1}}{TC_{t-1}^{(q)}})^2 \left[ r_t^{TC} - r_t^{TC,q} \right]^2 \tag{5.4}$$

とほぼ同等であることがわかる。

この評価基準ではウエイト関数 $w_t = TC_{t-1}/TC_{t-1}^{(q)}$ が大きければ、すなわち原四半期系列とベンチマーク系列のトレンド・循環成分がかなり乖離していると、より大きなペナルティがかかることを意味する。したがって、ベントン法による最小化の解は「推定されるトレンド・循環成分の変化率」の誤差に関するある種の最小化問題と解釈できる。四半期 GDP 統計では直近の変化率に主要な関心が持たれることが少なくないので、こうしたデントン法の解釈は意味があろう。これに対してチャオ・リン法について類似の解釈を施すことが困難であるように思われる。

なお、実際にデントン法を適用するにはベンチマーク期間 $T$ の選択も重要である。$T$ を大きくとれば結果は安定するが、既存の公表時系列との整合性、すなわち時系列の接続問題が生じる。他方、$T$ をあまりに小さくとると直近の推定値が大きく変化することが予想できるので今後の検討課題としては重要であろう。

## 6. 結論と展望

本稿では GDP 統計などで利用されている統計的ベンチマーク法について、主な方法を議論し日本の GDP 統計に関わる時系列を利用して基本的方法と問題点を具体的に説明した。

第一に日本の GDP 統計の作成でこれまで利用されているプロ・ラタ法によるベンチマーク値の作成については速報系列の年集計値と確報系列の作成時に推定される年次系列との差が小さくない場合には段差問題が生じている可能性がある。従来に利用されていた方法では例えば第１四半期の変化率の推定値などにベンチマークの効果がしわ寄せされる可能性が高かった、ことも伺われる[18] 。

第二にはプロ・ラタ法に代わる統計的ベンチマーク法としては大きくデントン法とチャオ・リン法が提案されている。チャオ・リン法は回帰分析の考え方の延長線上

[18] 従来の GDP 推計法については内閣府 (2006) が基本的文献である。ベンチマーク問題をめぐる論点についてはこれまで直観的な議論がなされていたようであるが、2010 年度に内閣府で行われた GDP 確報値の見直し作業で改善された可能性が高い。

にあるので regression-based-methods と呼ばれることも多いが、ベンチマーク問題を回帰分析の枠組みに還元しようとすると、幾つかの問題が生じる。例えば被説明変数が観測されないので線形最適予測量 (best unbiased predictor) の意味を再考する必要がある。またより重要な問題は確率ベクトルに対して定常な確率過程を仮定して推定すると、明らかに矛盾が生じる経済時系列が少なくない。こうした比較の意味では、デントン法のベンチマーク値の方がより頑健な推定値 (*robust estimate*) を与えてくれると経験的には云えよう。

第三には既存のベンチマーク法では実際に観察される時系列におけるトレンド項や季節性の変動パターンを組み込んだ考察はあまりなされていないようである。デントン法やチャオ・リン法などのベンチマーク法では原系列レベルの調整、変化率の改定幅の調整をある種の平滑化 (smoothing) を施すことで補正するという、統計的方法と解釈できる。我々が行った限定的な実験によれば、原系列のベンチマーク値に季節調整を行う方が原系列の季節調整値にベンチマーク値を求めるよりも数値的には平滑化されるという暫定的な結果が得られた。

なお、政府統計の実務では X-12-ARIMA プログラム[19] が用いられているが季節 ARIMA モデルや変化点の選択の問題が生じるのでこうした処理の影響などについてもさらに検討する必要があろう。

ここで、本稿では十分に議論できなかったマクロ経済統計を巡る幾つかの重要な問題についても言及しておこう。

第一に原系列より前期比を推計したり、トレンド成分や循環成分を推定するには季節調整法の利用が不可欠である。X-12-ARIMA など現在用いられている方法は移動平均を利用して一種の平滑化 (smoothing) の方法であることが知られているが、こうした方法では例えば大きな変動が観察されると、その影響がかなり長い期間に続くことが知られている。したがって、近年の日本のマクロ時系列の変動をある種の構造変化ととらえると、そうした変動をも考慮した季節調整法とベンチマーク法の関係を検討する必要がある。

第二に本稿で説明したプロ・ラタ法、デントン法、チョウ・リン法など既存のベンチマーク法はいずれもある種の規準で状態の推定誤差を小さくする統計的方法と

[19] X-12-ARIMA プログラムについては国友 (2004, 2006), 季節調整を巡る問題については高岡・国友 (2010) などを参照されたい。

解釈される。これまでの実務的運用ではどの様な規準を採用しているか明確でないように判断できるので、こうした問題をより透明化する必要がある。また個別の系列を個別にベンチマーク法を適用するということは実務的にはもっともではあるが、全体的な整合性があるか否か、より統合的なアプローチを開発する必要性もあろう。

なお、最後になるが本質的に不確定な量を推定する場合には得られた数値の不確実性は信頼区間で表現することが統計的方法としては標準的である。日本を含めて政府統計という場面ではこれまでこうした統計的評価法を重視していないが、重要な検討課題であろう。本来的に確定的に推定できない量をあたかも確定値として処理しようとすると、しばしば問題が生じてしまうのは古くから統計学が教えるところである。ベンチマーク問題に関連しては、観測されるマクロ時系列に対して現実的な統計モデルを仮定できれば、1 次・2 次速報値系列, 確定系列として推定された状態の信頼性を評価することも可能となるので、この問題も将来の重要な検討課題の一つとなろう。

## 文献


[1] Anderson, T.W. (1971), *The Statistical Analysis of Time Series*, John-Wiley.

[2] Chow, G.C. and A. L. Lin (1971), "Best linear unbiased interpolation, distribution and extrapolation of time series by related series," *The Review of Economics and Statistics*, 53, 372-375.

[3] Chow, G.C. and A. L. Lin (1971), "Best linear unbiase estimation of missing observations in an economic time series," *Journal of American Statistical Association*, 71, 719-721.

[4] Denton, F. (1971), "Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals : An Approach Based on Quadratic Minimization," *Journal of the American Statistical Association*, 66, 99-102.

[5] Dagum, E.B. and P.A. Cholette (2006), *Benchmarking, Temporal Distributions,*

*and Reconcilation Methods for Time Series*, Lecture Notes in Statistics, Springer.

[6] Di Fonzo, T. (2003), Temporal disaggregation of economic time series: toward a dynamic extension, Working Paper, European Commission.

[7] Fernandez R.B. (1981), A methodological note on the estimation of time series, The Review of Economics and Statistics, 63: 471-478.

[8] Litterman R.B. (1983), A random walk, Markov model for the distribution of time series, Journal of Business and Economic Statistics, 1: 169-173.

[9] 内閣府・国民経済計算部 (2006)「四半期別 GDP 速報の推計方法」, (平成 18 年 7 月改定, http://www.ersi.cao.go.jp/jp/sna/qe_manu/060712/suikeiho-kaitei.html/).

[10] 内閣府・国民経済計算部・調査企画課 (2010)「比例デントン法の導入に関する検討について」(検討メモ), (平成 22 年 10 月)。

[11] 北川源四郎 (2005)「時系列解析入門」, 岩波書店。

[12] IMF Quarterly GDP Estimation Manual (2001), International Monetary Fund (Home Page).

[13] 国友直人編 (2004)「解説 X-12-ARIMA(2002)」, CIRJE-R-1(研究報告), 東京大学日本経済国際共同研究センター (CIRJE)。

[14] 国友直人 (2006)「季節調整法 X-12-ARIMA と日本の官庁統計」, CIRJE-R-5(研究報告), 東京大学日本経済国際共同研究センター (CIRJE)。

[15] 国友直人・佐藤整尚 (2010)「GDP 速報の推定法の改善について」, 内閣府経済社会総合研究所, Discussion Paper No.249 (http://www.ersi.go.jp/jp/archive/e_dis/e_discus.html/), 経済学論集 (東京大学経済学部, 近刊)。

[16] 高岡慎・国友直人 (2010) 「最近のマクロ経済変動と季節調整 (貿易統計を題材に)」, 経済学論集 (東京大学経済学部) 76-1,56-74。

[15] 佐藤整尚・国友直人 (2010) 「景気判断と平滑化問題 (GDP 公表値を巡って)」, 経済学論集 (東京大学経済学部), 76-2, 72-87。

## 付録：幾つかの図

(**図への補足**)： 実際のベンチマークの数値計算はRATS version 7.0で書かれているプロシジャを利用して実行した。また季節調整の処理についてはDecompプログラムを利用したが、Decompについての説明は北川(2005)を参照されたい。Decompプログラムにおける計測モデルとしては、Decomp(2,0,4), を利用した。なおDecomp(t,c,s)のtはトレンド階差の次数, $c$は循環AR項の次数, $s$は1年間の周期を表す。季節調整の実務ではしばしばトレンド成分と循環成分を区別しないので$c=0$とした。

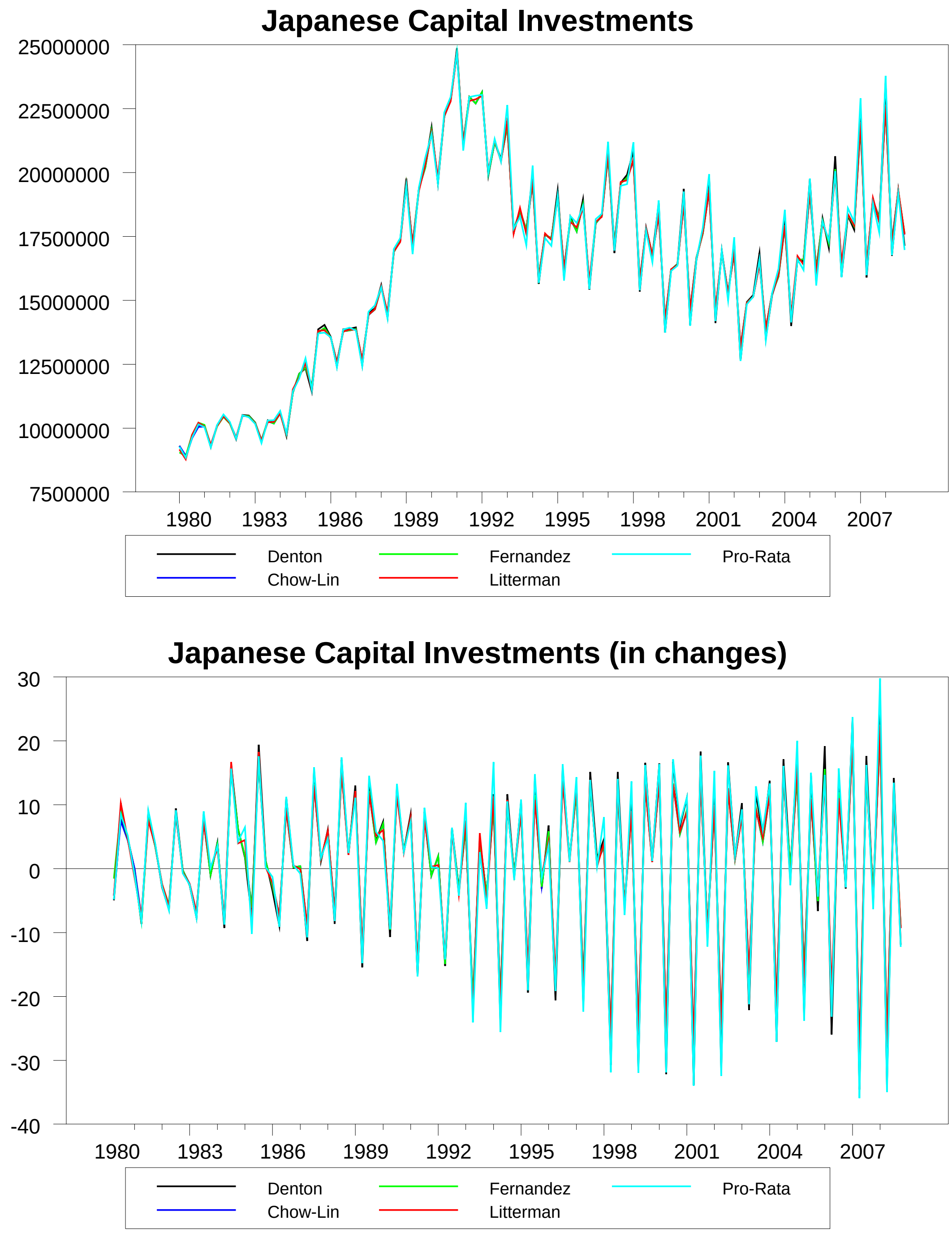


図 1: 設備投資のベンチマーキング。上段はレベル、下段は前期比伸び率 (%)。

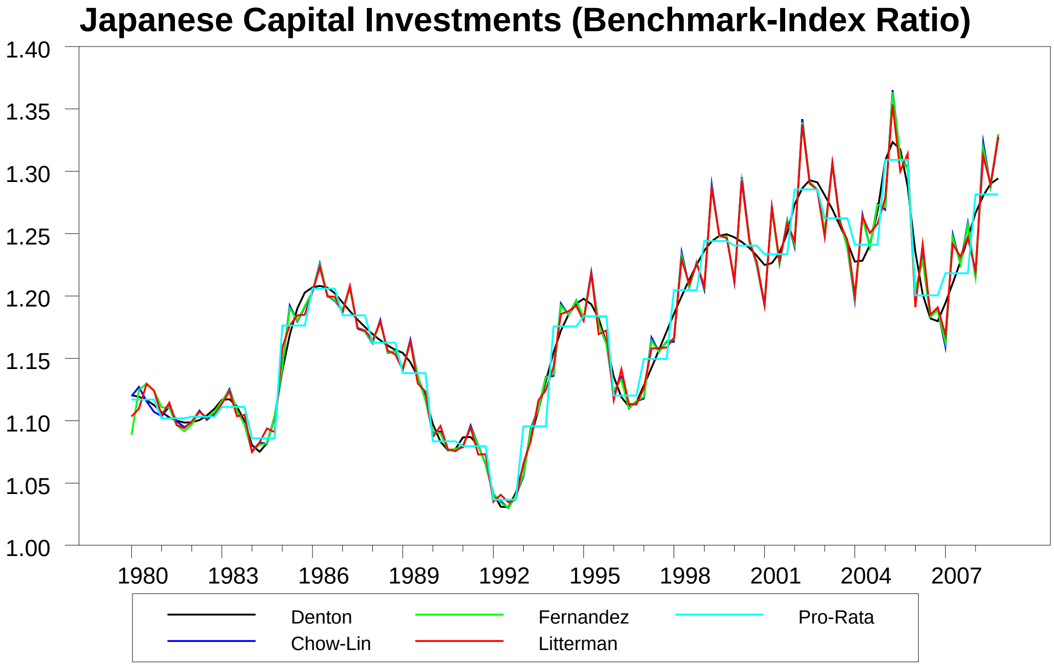


図 2: 設備投資でのベンチマーク系列と補助 (インデックス) 系列との値の比。

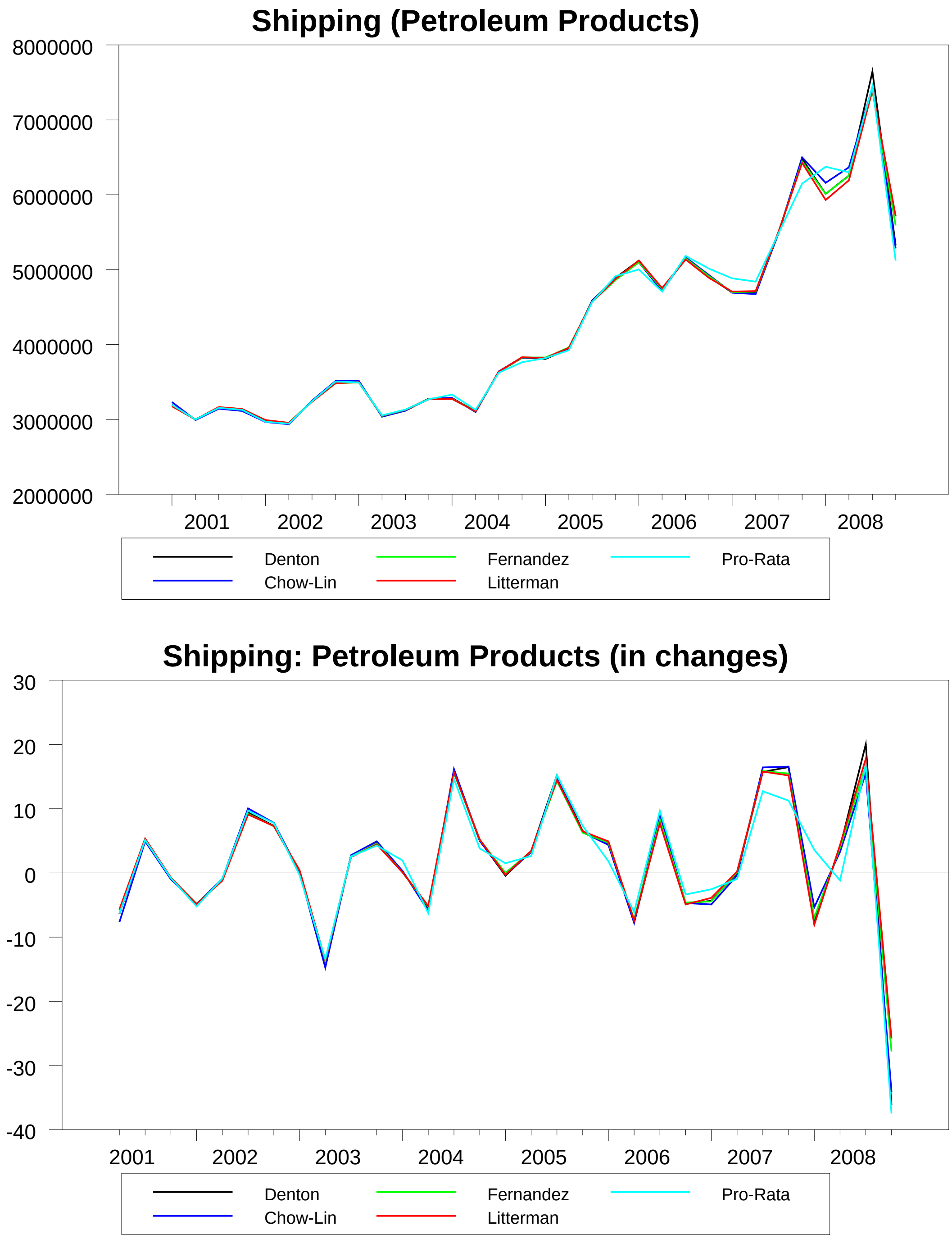


図 3: 出荷 (石油製品) のベンチマーキング。上段はレベル、下段は前期比伸び率 (%)。

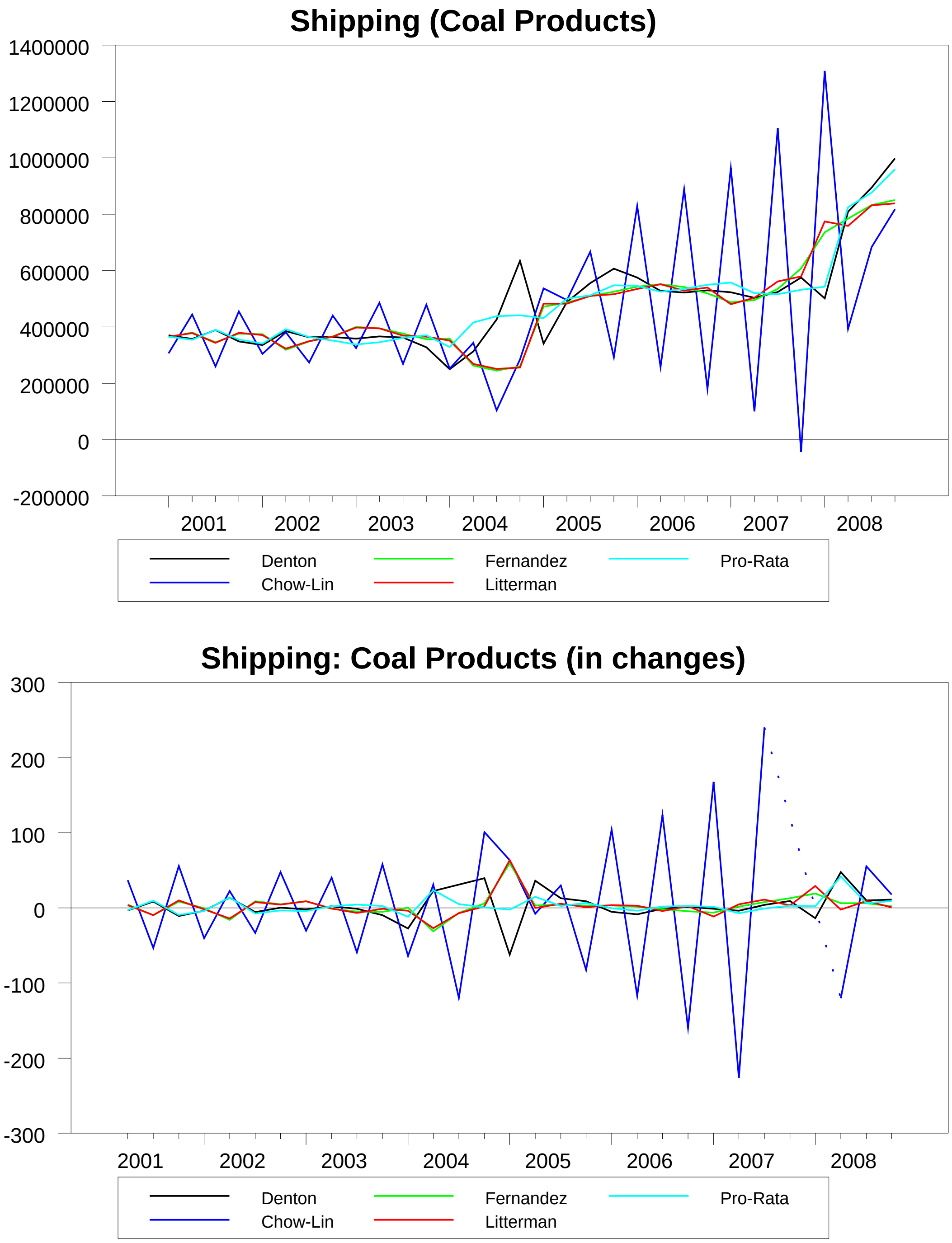


図 4: 出荷 (石炭製品) のベンチマーキング。上段はレベル、下段は前期比伸び率 (%)。

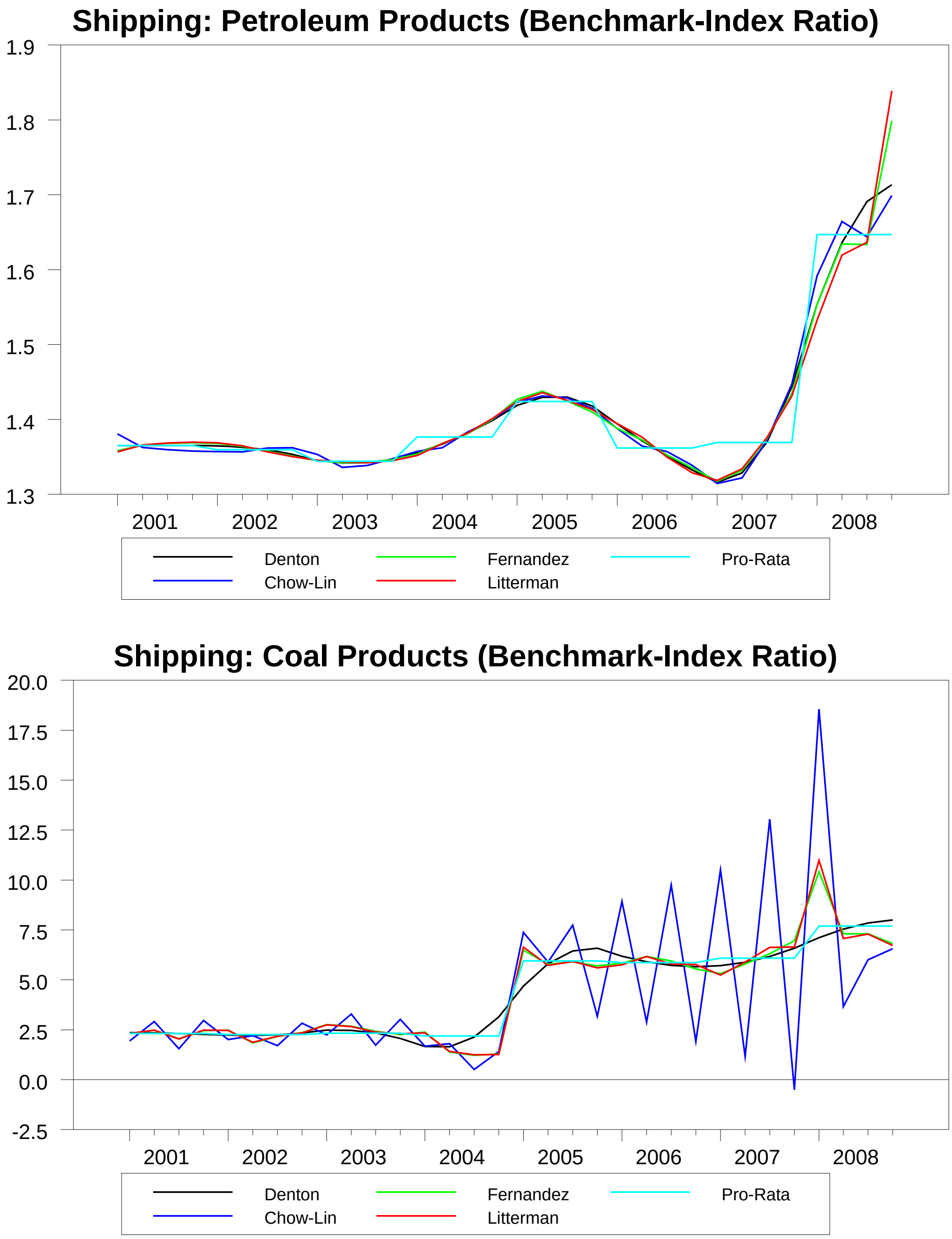


図 5: ベンチマーク系列と補助 (インデックス) 系列との値の比。上段は石油製品、下段は石炭製品。

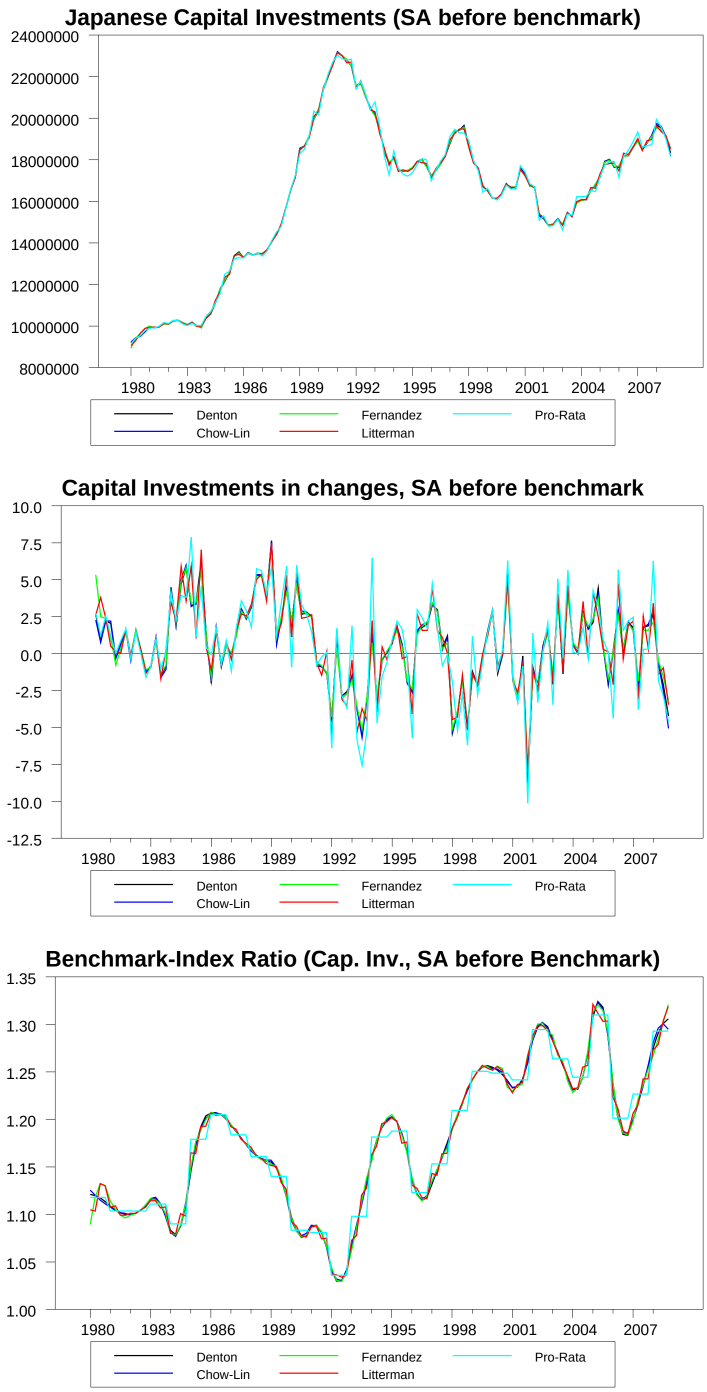


図 6: 設備投資系列で、参照系列 (基礎四半期時系列) を先に季節調整して、それに対してベンチマークを行った結果。上段からレベル、前期比伸び率、ベンチマーク系列と補助 (インデックス) 系列との値の比。

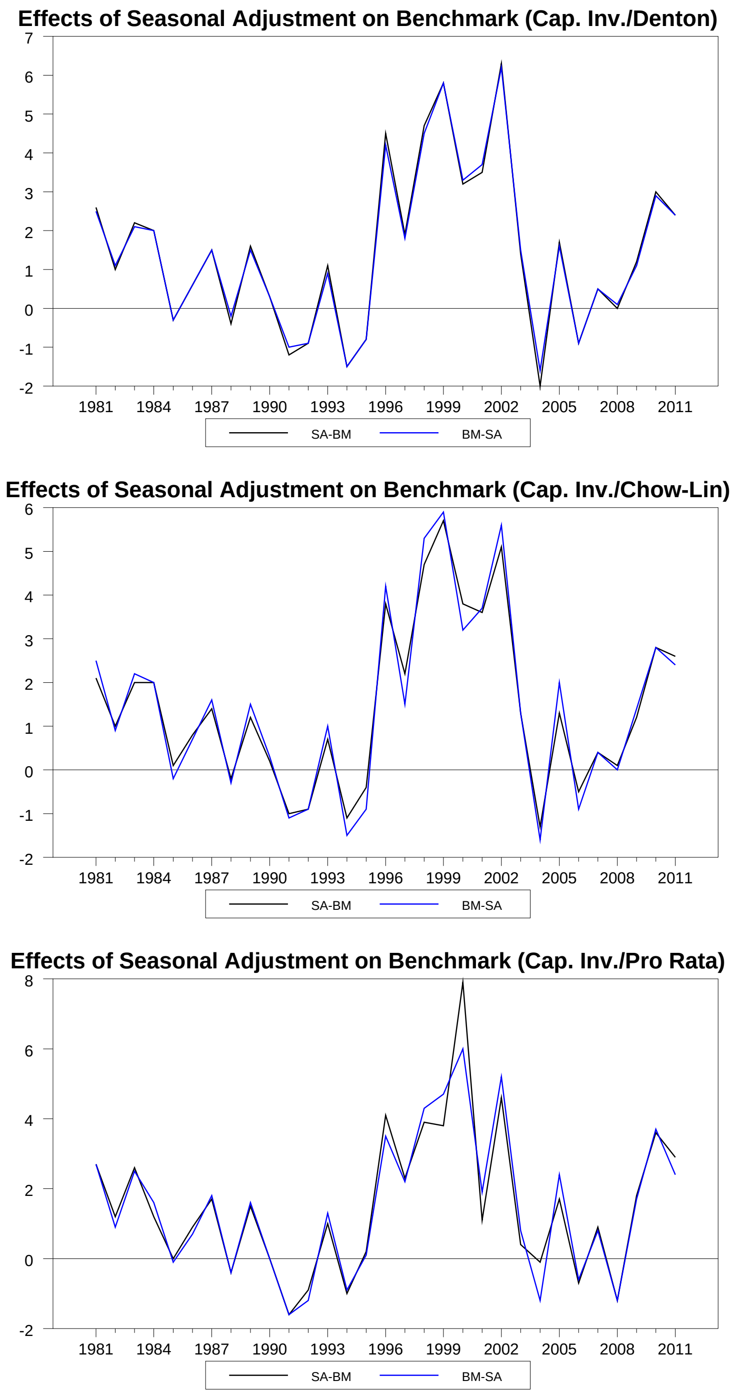


図 7: 季節調整済系列でベンチマークした場合と、ベンチマーク系列を季節調整した場合での、前年同期比の比較。上段から Denton 法、Chow-Lin 法、Pro Rata 法。対象は設備投資。