93-J-24

経済時系列における非線形性と不均衡計量モデル

国友直人
東京大学経済学部

佐藤整尚
東京工業大学大学院

1993年11月

経済時系列における非線形性と不均衡計量モデル*

国友 直人
(東京大学経済学部)

佐藤 整尚
(東京工業大学大学院)

1993 年 11 月

---

* 本稿は 1993 年 12 月 10 日に東京大学経済学部において開催される予定の「統計学コンファレンス」で報告する為に準備された草稿である。

1 はじめに

計量経済学においては１９５０年代から１９６０年代にかけては計量経済モデルと呼ばれている統計モデルの理論的検討が盛んに行なわれ、実際にも多くの計量経済モデルが内外で計測されていることはよく知られている。続いて１９７０年代後半から１９８０年代にかけて計量経済分析においてはいくつかの新しい動きがみられた。特にこの時期からマクロ経済の計量分析を始めとして計量経済分析においても統計的時系列分析の方法の利用が盛んに行なわれるようになったことは注目に値しよう。この時期に時系列分析の方法が計量経済学にとり入れられるようになった要因は多岐に及ぶと考えられるが、ここではとりあえず重要と思われる３つの点のみを指摘しておこう。

第１には統計的時系列分析そのものが統計学における固有の分野として発展を遂げたことを挙げることができよう。特に Box=Jenkins (1976) によって線形ARMA（自己回帰移動平均）モデルが統計的モデルとして導入されたことは重要であった。この統計モデルはそれまで考えられていた時系列モデルに比べると取り扱いがはるかに容易であり、経済時系列データの分析にも応用可能なほど実用的である所にその特徴があると言えよう。第２にはこうした時間領域の時系列モデルは同じ頃に経済学で提唱された様々な動学的経済理論の記述及び検証に適していたことを挙げることができよう。マクロ経済学に典型的にみられるように経済学では経済主体の動学的最適化の条件や予想形成の分析から経済時系列の変動構造にある種の制約があると考えるのが一般的であるが、従来の経済分析で用いられていた統計モデルではこうした変動構造を表現することは必ずしも容易とは云えなかった。これに対して統計的時系列モデルは経済変動についての条件を表現する手段としては適していたことが主な理由となり理論的分析にも用いられるようになったのである。第３にはそれまで開発された計量経済モデルが当初に期待していたよりもはるかに予測力が低かったことも挙げることができよう。これに対して Box=Jenkins (1976) が開発した時系列モデルは比較的単純な構造であることもあり実用的な意味においてよりよい予測を簡単に行なうことができることがよく主張された。このような期待がその後に実現されたか否かは議論の分かれるところであるが、様々な理由により時系列分析は計量経済分析において重要な位置を占めるようになり今日にいたっている。

こうした計量経済学における新たな動向の中で当初、時系列モデルを積極的に計量経済分析に導入することを提唱する者の中に時系列分析の方法が従来の計量分析の方法に取って代わるべきであることを主張する研究者もいたので計量経済学では大きな論争をも引き起こすことになった。こうしたある意味で偏った考え方は最近ではだいぶ修正されているように思われるが、こうした論争を背景として行われた研究を通じて従来の計量経済分析において無視されてきた重要ないくつかの問題も理論的にも明らかになったと評価することができよう。こうした研究を通じて、その後、計量経済モデル及び時系列モデルの間の関係についても

明らかになるにつれて両者の長所を利用する方向へと向かっていると考えることができる。１９８０年代中頃までのこのような計量経済学における時系列分析の動向については例えば山本 (1987) が要約している。

本稿ではこうした時系列モデルを用いたこれまでの計量経済分析ではほとんど注目されてこなかった経済時系列を巡る重要な側面についての一つの基本的問題を提起する。これまでに実用的な意味で使われている時系列モデルとしてはそのほとんどが Box=Jenkins (1976) が導入した線形定常 ARMA モデル、あるいは ARMA モデルを拡張した ARIMA(自己回帰和分移動平均) モデルを用いている。時系列モデルとしては一般に様々な確率モデルを考えることができるが、その中でこれら ARMA モデルや ARIMA モデルの統計的モデルとしての最大の特徴としてはモデルの線形性を挙げることができよう。ここでとりあげようとするのはそもそも経済時系列を表現するにはこのような線形 ARMA モデルが適当であるか否かの問題である。すなわちこうした線形時系列モデルは統計モデルとして制約的すぎる場合はないかとの疑問である。

そこで本稿では時系列モデルを使った計量経済分析における基本的問題として現実に観察することのできる経済時系列ではこうした線形時系列モデルによってのみ記述するのが可能であるかを考えてみたい。特に、最近の実証分析でしばしば使われている ARMA モデルや ARIMA モデルが経済時系列を表現する統計モデルとして制約的すぎる場合があることを主張する。さらに本稿ではこの疑問に対する答を探し出す一つの手がかりとして一般的な経済的な例を与えるとともに一つの非線形時系列モデルを導入する。さらに、その非線形時系列モデルに経済学的解釈を与えることができることを理論的考察及び実例によって示すことにする。

2 経済時系列における非対称性？

経済時系列の統計的データ分析は古くから様々な形で行われてきている。そうした研究の多くはきわめて直観的な分析であるが、現代の統計的時系列理論の観点から見直してみると興味深い議論になっている場合がある。経済時系列の分析の中でも特に景気変動（あるいは景気循環）を巡って直観的にではあるがしばしば主張されることのある次のような観察をとりあげてみよう（ケインズ (1936) 塩野谷訳 314 ページ)。

> 「循環的運動をわれわれは次のように解する。経済体系の、たとえば、上昇過程においては、上昇の推進力となる諸力は、最初その力を増強し、相互に累積的な効果をもたらし合うのであるが、漸次その力は弱まり、遂にある点に至るとそれらは反対の方向に作用する諸力によっておきかえられる傾向をもつ。こんどはそれら諸力が一時その力を増強し、相互に強化し合うのであるが、その発展の極限に達すると、遂にはそれらもまた衰えてその反対者に地位を譲る。しかしながら、われわれは循環的運動によって単に、ひとた

び発足した上昇および下降の傾向が永久に同じ方向を維持するものではなく、究極的には逆行するに至るものであるということのみを意味するのではない。われわれは上昇および下降運動の時間的継起と持続とになんらか認識しうる程度の規則性の存在することをもまた意味しているのである。

しかしながら、われわれが景気循環と呼ぶものには、われわれの説明にして十分であるためには、さらに説明しなければならないいまひとつの特徴がある。恐慌の現象がすなわちそれである ― これは上昇傾向の下降傾向による交替がしばしば急速にしかも激烈に行われる事実をいうのであるが、下降傾向が上昇傾向によってとって代られる場合には、通例、そのような急激な転換点はない。」

この文章の後半の主張は景気循環の特徴として経済時系列には上昇局面と下降局面の非対称性が明瞭に存在すると解釈することができよう。経済の景気循環を巡るこうした時系列データの非対称性についてはケインズの他にも景気分析家によってしばしば主張されているようである。景気変動のデータ分析は古くから最近にいたるまで数多くなされているが、代表的な過去の研究としては、景気変動パターンを分析した米国の Burns=Michell (1946) の研究が著名である。彼らの研究では経済時系列の変動にはいわば非対称V字型と呼びうるような変動パターンが広く存在していることが主張されている。(例えば Neftci (1993) 参照。) ケインズやバーンズ・ミッチェルの研究は主として英国や米国における今世紀前半までの経済時系列の観察にもとづいているが、こうした主張は日本のマクロ時系列データについても主張されることも少なくない。表1に経済企画庁が発表している戦後の日本の景気循環を示しておいた[2]。この表から景気の拡張期と景気の後退期の期間を観察すると明らかにほとんどの場合に前者の期間の方が後者の期間よりも長いことが観察される。このような非対称性はケインズやバーンズ・ミッチェルらの主張を日本の経済時系列においても支持する観察事実と見ることができよう。

こうした経済時系列についての観察事実は興味深いが、他方では最近の時系列計量分析では定常ARMAモデル、あるいはARIMA(自己回帰和分移動平均)モデルを使うことが一般的である。それではこうした時系列モデルによって上昇局面と下降局面の非対称性、あるいは非対称V字型の変動パターンなどを表現することができるであろうか?ここで簡単化の為に1次自己回帰 (AR(1)) モデルを使ってこの問題を考えてみよう。この時系列モデルは観察される時系列を $\{y_t\}$ 、撹乱項を $\{v_t\}$ とすると

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + v_t\ ,\ \ t = 1, 2, \ldots \tag{2.1}$$

と表すことができる。ここで系列 $\{v_t\}$ は互いに独立に平均0、分散 σ^2 (一定) の同一分布にしたがう確率変数列としておこう。この時系列モデルにおける定常性の条件としては係数 ϕ_1 について

[2]経済企画庁「景気動向指数」1991年9月発表より抜粋した。

表 1:

景気の基準日付

	谷(昭和)	山(昭和)	谷(昭和)	拡張期	後退期	全循環
第1循環		26年6月	26年10月		4カ月	
第2循環	26年10月	29年1月	29年11月	27カ月	10カ月	37カ月
第3循環	29年11月	32年6月	33年6月	31カ月	12カ月	43カ月
第4循環	33年6月	36年12月	37年10月	42カ月	10カ月	52カ月
第5循環	37年10月	39年10月	40年10月	24カ月	12カ月	36カ月
第6循環	40年10月	45年7月	46年12月	57カ月	17カ月	74カ月
第7循環	46年12月	48年11月	50年3月	23カ月	16カ月	39カ月
第8循環	50年3月	52年1月	52年10月	22カ月	9カ月	31カ月
第9循環	52年10月	55年2月	58年2月	28カ月	36カ月	64カ月
第10循環	58年2月	60年6月	61年11月	28カ月	17カ月	45カ月

(2.2) $$|\phi_1| < 1$$

となるのが必要十分条件である。それでは、この AR(1) モデルによって時系列の非対称性（あるいは非対称V字型）を表現することが可能であろうか？結論から云えば答は否定的である。

まずこの AR(1) モデルにおいて変数 y_{t-1} と y_t の符号を反対にしてみよう。このとき

(2.3) $$y_t = \phi_1 y_{t-1} - v_t$$

となるが、撹乱項 $\{v_t\}$ の分布が原点に対して対称であれば $\{-y_t\}$ の分布と $\{y_t\}$ の分布は同一になることがわかる。したがって確率変数列 $\{y_t\}$ は $y_t = 0$ に対して対称な確率過程である。次にこの AR(1) モデルに対して時間軸（$t = 1, 2, \ldots$）を逆転させた AR(1) モデル

(2.4) $$y_t^* = \phi_1^* y_{t+1}^* + v_t^* \ , \ t = T-1, T-2, \ldots$$

を考えることができる。系列 $\{v_t^*\}$ は互いに独立に平均0、分散ω^2（一定）の同一分布にしたがう確率変数列である。この AR(1) モデルにおいて定常性の条件

(2.5) $$|\phi_1^*| < 1$$

を仮定すると確率過程 $\{y_t^*\}$ の自己相関構造を調べることができる。時系列分析ではよく知られているように$\phi = \phi^*$と置けば確率過程 $\{y_t^*\}$ の自己相関構造は確率過程 $\{y_t\}$ の自己相関構造と一致する。したがって一般に所与の自己相関構造を持つ AR(1) モデルに対して常に時間の流れを反対とする AR(1) モデルを考えることができる。こうしたことから AR(1) モデルで定められる時系列の実現系列は時間軸に対してある種の対称性を示していると見ることができよう。

以上では説明の簡単化の為に AR(1) モデルを使って説明したが一般の定常 ARMA モデルに対しても同様の結果が成立することを導くことができる。[3]すなわち、一般に時系列分析においてよく使われている ARMA モデルによっては経済学においては古くから知られている景気循環の特徴を表現することが困難なのである。ここでとり挙げた ARMA モデルは一般的に線形時系列モデルと呼ばれている。ここで線形時系列モデルとは時刻 t における時系列 y_t が現在及び過去の攪乱項 $\{v_t\}$ の線形和

$$(2.6) \qquad y_t = \sum_{s=-\infty}^{\infty} c_s v_{t-s} \ ,$$

$$(2.7) \qquad \sum_{s=-\infty}^{\infty} |c_s| < +\infty$$

によって表現することのできるモデルである。ここで係数 $\{c_s\}$ は時間 t に依存しない定数系列である。一般にこうした線形時系列モデルでは時系列の時間についての非対称性を表現することが困難なのである。

ここで経済時系列の典型例として農産物市場のデータを使って時系列データの非対称性を簡単に調べてみよう。時系列の非対称性を表現するモデルとして AR(1) モデルを修正して

$$(2.8) \qquad y_t = \beta_0 + \beta_1^+ \Delta y_{t-1}^+ + \beta_1^- \Delta y_{t-1}^- + \gamma' z_t^* + v_t \ , \quad t = 1, \ldots, T$$

を考えよう。ここで y_t は被説明変数、v_t は攪乱項、右辺に現れる説明変数としては外生変数ベクトル $\{z_t^*\}$ 及びラグ付き変数

$$(2.9) \qquad \Delta y_{t-1}^+ = \begin{cases} \Delta y_{t-1} & (\Delta y_{t-1} \geq 0 \text{ のとき}) \\ 0 & (\Delta y_{t-1} < 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$(2.10) \qquad \Delta y_{t-1}^- = \begin{cases} 0 & (\Delta y_{t-1} \geq 0 \text{ のとき}) \\ \Delta y_{t-1} & (\Delta y_{t-1} < 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

を用いた。ただし、記号 $\Delta y_{t-1} = y_{t-1} - y_{t-2}$ であり、また係数 $\beta_0, \beta_1^+, \beta_1^-, \gamma'$ は未知母数である。その中で β_1^+ と β_1^- は時系列の非対称性を表す母数である。特に $\beta_1^+ = \beta_1^- = \beta_1$ とすれば特殊な AR(2) 項に一致する。

ここでは市場データとしては豚肉と鶏卵の価格と数量を用いて分析を行った。外生変数としては需要関数と供給関数にあらわれ、しかも外生的と考えられる飼料価格及び可処分所得を用いた[4]。こうした豚肉市場と鶏卵市場での 2 組のデータに対し方程式 (2.8) を最小二乗法で推定したのでその結果を表 2 に示しておく。

この表からは推定された価格方程式及び数量方程式はいずれの場合にも 2 つの母数 β_1^+ と β_1^- の推定値が異なっていることがわかる。2 つの市場データによっ

[3] このことは例えば Brockwell=Davis(1991) 第 3 章の議論を用いて示すことができる。

[4] ここで使用したデータは 5 節における実証分析で用いたデータと同じである。

表 2:

(i) 豚肉価格

	β_1^+	β_1^-
係数値	0.6162	0.5300
標準偏差	0.2204	0.2459

(iii) 鶏卵価格

	β_1^+	β_1^-
係数値	0.4796	-0.0114
標準偏差	0.2977	0.2592

(ii) 豚肉数量

	β_1^+	β_1^-
係数値	-0.3062	0.3362
標準偏差	0.1351	0.1800

(iv) 鶏卵数量

	β_1^+	β_1^-
係数値	0.2683	-0.0095
標準偏差	0.3061	0.2087

てそれぞれ係数の有意性は違っている。豚肉の場合は数量方程式の係数推定値の方が、鶏卵の場合は価格方程式の係数推定値の方が他の係数推定値と比較して違いが大きいことが観察できよう。いずれの場合にもモデル・フィットの意味で赤池の情報量基準 (AIC) の値は非対称性の導入により改善された。このことから、この簡単な時系列モデルにより何らかの意味での時系列の非対称性を検出していると考えることができよう。

3 不均衡経済モデルの再解釈

前節では農産物市場のデータ例を使って時系列の非対称性を簡単に調べる方法を考えた。経済時系列においてはこうした非対称性、あるいはより一般的には非線形性を観察することができるが、非対称性を導くような経済的なメカニズムを考えることができるであろうか？

本節ではこの問題についての手がかりとして、計量経済学において不均衡計量経済モデルと呼ばれている、従来から知られている一つの統計的モデルを再吟味することにしよう。不均衡計量経済モデルはもともと Fair=Jaffee(1972) が次のような計量経済モデルを提示したことから研究がはじまった。いまある市場における時刻 t における需要量を D_t、供給量を S_t とするとき需要関数と供給関数がそれぞれ次のように表されるものとしよう。

$$
(3.1) \quad \begin{cases} D_t = \beta_1 p_t + \gamma_1' z_{1t}^* + u_{1t} \\ S_t = \beta_2 p_t + \gamma_2' z_{2t}^* + u_{2t} \end{cases}
$$

ここで p_t は価格変数、z_{1t}^* と z_{2t}^* はそれぞれ需要側及び供給側の外生変数、u_{1t} と u_{2t} は需要関数と供給関数における撹乱項である。また係数 $\beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$ は未知母数

である。ここでは簡単化の為に (3.11) 式で与えられる構造方程式について通常の識別性の条件（Identification Condition）を満足しているものと仮定しておこう。通常の計量経済分析においてはこれら需要関数と供給関数の他に市場の均衡条件として

$$(3.2) \qquad q_t = D_t = S_t$$

を仮定する。ここでこの条件の下では時刻 t において実際に市場で観察される取引数量 q_t と価格 p_t は需要と供給が一致する均衡水準において決定されることに注意しよう。数学的には (3.1) 式と (3.2) 式から条件 $\beta_1 \neq \beta_2$ の下で 2 つの内生変数 q_t と p_t について一意的に解くことができることに対応している。経済分析では通常は需要関数と供給関数について不等号条件 $\beta_1 < 0 < \beta_2$ を課するのでこれらの確率的同時連立方程式体系を解くことができると考えられる。

ここで以上の議論で重要な役割をはたした均衡条件 (3.12) を考え直してみよう。すなわち、この均衡条件 (3.2) の代わりに Fair=Jaffee (1972) は一つの不均衡条件

$$(3.3) \qquad q_t = min(D_t, S_t)$$

に置き換えることを提案したのである。ここで後の議論を分かりやすくする為にこの不均衡条件を図 1 を用いて説明しておこう。もし時刻 t において $D_t > S_t$ となっているとすると供給可能水準は需要量を下回っているので市場での取引数量は供給関数 $(S - S')$ 上で実現される。逆に $D_t > S_t$ となっている場合には需要量は供給量を下回っているので市場での取引数量は需要関数 $(D - D')$ 上で実現されることになる。したがって実際にデータとして市場において観察される価格と取引数量は図 1 の折れ線 (DES) 上となる。ここで市場の均衡条件 (3.2) を不均衡条件 (3.3) により置き換えるときには統計的モデルとしてはなお完結していないことに注意しよう。需要関数と供給関数 (3.2) 及び不均衡条件式 (3.3) では所与の価格 p_t の下で取引数量 q_t が決定することを意味しているにすぎない。したがって、この統計モデルを完結させるには価格変数について仮定が必要である。価格変数については様々な定式化が可能であるが、ここでは次のような基本的な価格変動モデルを考えよう[5]。

いま時刻 t において市場では $D_t > S_t$ となっているとすると超過需要が発生している。したがって市場における需要サイドの圧力から価格は上昇傾向にあると考えられる。他方、市場において $S_t > D_t$ となっていると超過供給が発生している。このとき市場では供給サイドの圧力から価格は下降傾向にあると考えられよう。このような価格の調整メカニズムを線形関数によって単純化してみよう。こ

[5]例えば Maddala(1983) の 10 章にこれまでに経済学者が提案した様々なモデルを説明されている。

こで時刻tにおける価格変化$\Delta p_t = p_t - p_{t-1}$を時刻$t$における超過需要（あるいは超過供給）の関数として

$$\Delta p_t = \begin{cases} \delta_1(D_t - S_t) & (D_t \geq S_t \text{ のとき }) \\ \delta_2(D_t - S_t) & (D_t < S_t \text{ のとき }) \end{cases} \tag{3.4}$$

により表現しよう[6]。ここで係数δ_1とδ_2は価格の調整係数を表している。この定式化では価格の調整は価格の上昇局面と下降局面において必ずしも一致するとは限らないことに注意しておこう。一般的には超過需要が存在する場合と超過供給が存在する場合に価格の調整係数が一致するとは考えられないのでこうした定式化は現実的意味を持っていると考えられるであろう。

本節で考察する不均衡計量モデルは以上の方程式 (3.1),(3.3),(3.4) から成る。このような不均衡モデルは様々な方向に拡張することが可能であるが[7]、ここで考えるモデルが最も基本的な形と考えられる。次にこの不均衡計量モデルを時系列モデルの観点からとらえ直してみることにしよう。この統計モデルで決定される内生変数は価格と数量である。そこで内生変数ベクトルを$\boldsymbol{y}_t' = (q_t, p_t)$で表すことにしよう。また需要関数と供給関数に表れる外生変数をベクトル$z_t^{*'} = (z_{1t}^{*'}, z_{2t}^{*'})$によって表しておく。この外生変数を先決変数とみて過去の$\boldsymbol{y}_t$を導入することも可能であるが以下の議論がより複雑になるので本節ではラグ付き内生変数は外生変数の中に含まないものとしておこう。まず価格が上昇局面$\Delta p_t \geq 0$である場合を考えよう。このときには取引数量は供給曲線上で決まるので条件$\delta_1^{-1} \neq 0$を仮定すると[8]$q_t = S_t$より

$$D_t = q_t + (D_t - S_t) = q_t + \frac{1}{\delta_1}\Delta p_t \tag{3.5}$$

となっている。したがって需要関数と供給曲線のモデルは

$$\begin{pmatrix} 1 & -\beta_1 + \delta_1^{-1} \\ 1 & -\beta_2 \end{pmatrix} \boldsymbol{y}_t = \begin{pmatrix} 0 & \delta_1^{-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{y}_{t-1} + \begin{pmatrix} \gamma_1' & 0 \\ 0 & \gamma_2' \end{pmatrix} z_t^* + \boldsymbol{u}_t \tag{3.6}$$

と書くことができる。ここで攪乱項は$u_t' = (u_{1t}, u_{2t})$である。これら2つの構造方程式を内生変数$\boldsymbol{y}_t$について解いた誘導型方程式は

$$\boldsymbol{y}_t = \begin{pmatrix} 0 & (1/d_1)(-\beta_2\delta_1^{-1}) \\ 0 & (1/d_1)(-\delta_1^{-1}) \end{pmatrix} \boldsymbol{y}_{t-1} + \begin{pmatrix} (1/d_1)(-\beta_2\gamma_1') & (1/d_1)(\beta_1 - \delta_1^{-1})\gamma_2' \\ (1/d_1)(-\gamma_1') & (1/d_1)(\gamma_2') \end{pmatrix} z_t^* + \boldsymbol{v}_t^{(1)} \tag{3.7}$$

[6]ここでは左辺の時刻をtとしているが、$t+1$とする不均衡モデルも考えられる。離散時間の場合にはこれらの違いは不均衡の経済学的意味の解釈の違いに対応する。この問題についての議論は例えば伊藤 (1985) の5章を参照されたい。

[7]例えば Maddala(1983) の10章を参照されたい。

[8]係数δ_1とδ_2は価格の調整速度を表わしているので非負性を仮定することができよう。均衡経済モデルはこれらの係数が無限大となる極限として解釈できる。

で与えられる。ただし、行列式 $d_1 = \beta_1 - \beta_2 - \delta_1^{-1}$、誘導型の撹乱項 $v_t^{(1)}$ は

$$v_t^{(1)} = \frac{1}{d_1}\begin{pmatrix} -\beta_2 & \beta_1 - \delta_1^{-1} \\ -1 & 1 \end{pmatrix} u_t \tag{3.8}$$

で定めた。ここで母数について不等号条件 $\beta_1 < 0 < \beta_2, \delta_1 \geq 0$ の仮定の下では $d_1 \neq 0$ となることに注意しておく。(3.7) 式の右辺の行列係数をそれぞれ $\Pi_1^{(1)}, \Pi_*^{(1)}$ とおけばこの方程式は

$$y_t = \Pi_1^{(1)} y_{t-1} + \Pi_*^{(1)} z_t^* + v_t^{(1)} \tag{3.9}$$

と表現することが可能である。

同様にして今度は価格が下降局面 $\Delta p_t < 0$ の場合を考えよう。このときには取引数量は需要曲線上で決まるので条件 $\frac{1}{\delta_2} \neq 0$ を仮定すれば $q_t = D_t$ より

$$S_t = q_t - \frac{1}{\delta_2}\Delta p_t \tag{3.10}$$

となる。したがって、需要関数と供給関数の構造方程式は

$$\begin{pmatrix} 1 & -\beta_1 \\ 1 & -\beta_2 - \delta_2^{-1} \end{pmatrix} y_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\delta_2^{-1} \end{pmatrix} y_{t-1} + \begin{pmatrix} \gamma_1' & 0 \\ 0 & \gamma_2' \end{pmatrix} z_t^* + u_t \tag{3.11}$$

と書き直すことができる。したがって、前と同様に構造方程式を解けば誘導型方程式は

$$y_t = \begin{pmatrix} 0 & (1/d_2)(-\beta_1\delta_2^{-1}) \\ 0 & (1/d_2)(-\delta_2^{-1}) \end{pmatrix} y_{t-1} + \begin{pmatrix} (1/d_2)(-\beta_2 - \delta_2^{-1})\gamma_1' & (1/d_2)(\beta_1\gamma_2') \\ (1/d_2)(-\gamma_1') & (1/d_2)(\gamma_2') \end{pmatrix} z_t^* + v_t^{(2)} \tag{3.12}$$

で与えられることがわかる。ここで、行列式 $d_2 = \beta_1 - \beta_2 - \delta_2^{-1}$、誘導型の撹乱項は

$$v_t^{(2)} = \frac{1}{d_2}\begin{pmatrix} -\beta_2 - \delta_2^{-1} & \beta_1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} u_t \tag{3.13}$$

で定めた。また、母数について不等号条件 $\beta_1 < 0 < \beta_2, \delta_2 \geq 0$ の仮定の下では $d_2 \neq 0$ となる。(3.12) 式の右辺の係数行列をそれぞれ $\Pi_1^{(2)}, \Pi_*^{(2)}$ とおけば

$$y_t = \Pi_1^{(2)} y_{t-1} + \Pi_*^{(2)} z_t^* + v_t^{(2)} \tag{3.14}$$

と書き直すことが可能である。

ところで 1×2 の定数ベクトル $e_2' = (0, 1)$ により定めると条件 $\Delta p_t \geq 0$ は

$$e_2' y_t \geq e_2' y_{t-1} \tag{3.15}$$

と表すことができる。そこで以上から不均衡計量モデルの誘導型方程式をまとめれば

$$
(3.16)\qquad y_t = \begin{cases} \Pi_1^{(1)} y_{t-1} + \Pi_*^{(1)} z_t^* + v_t^{(1)} & (e_2' y_t \geq e_2' y_{t-1} \text{のとき}) \\ \Pi_1^{(2)} y_{t-1} + \Pi_*^{(2)} z_t^* + v_t^{(2)} & (e_2' y_t < e_2' y_{t-1} \text{のとき}) \end{cases}
$$

と表現することができよう。このモデルでは内生変数は2つの局面にによって2つの異なる状態をとり得ることに注意しよう。その2つの状態のいずれかの状態になるかは内生変数の値とともに同時に決定されることがこのモデルの著しい特徴である。この論文では不均衡計量モデルの誘導型として得られたこの時系列モデルを同時転換（Simultaneous Switching）時系列モデルと呼ぶことにする。

4　同時転換時系列モデル

前節より不均衡計量モデルから得られる誘導型方程式を時系列モデルとして解釈すると2つの状態をある種の内生的メカニズムによって転換する時系列モデルであることがわかった。この同時転換時系列モデルは内生変数を現在・過去の攪乱項と外生変数の線形和によって表現できないので一種の非線形時系列モデルである。ここで前節の同時転換時系列モデルを一般化してみよう。一般に不均衡計量モデルは様々な形に一般化することができるが、多くの場合には $m \times 1$ の内生変数ベクトル y_t とするとその誘導型方程式として

$$
(4.1)\qquad y_t = \begin{cases} \sum_{i=1}^{p} \Pi_i^{(1)} y_{t-i} + \Pi_*^{(1)} z_t^* + v_t^{(1)} & (\text{状態 } S_t^{(1)} \text{のとき}) \\ \sum_{i=1}^{p} \Pi_i^{(2)} y_{t-i} + \Pi_*^{(2)} z_t^* + v_t^{(2)} & (\text{状態 } S_t^{(2)} \text{のとき}) \end{cases}
$$

を考えることができよう。ここで $k \times 1$ の外生変数ベクトル z_t^*, $\Pi_i^{(j)} (i = 1, \ldots, p\ ,\ j = 1, 2)$ と $\Pi_*^{(j)} (j = 1, 2)$ はそれぞれ $m \times m, m \times k$ の係数行列である。2つの状態 $S_t^{(j)} (j = 1, 2)$ は

$$
(4.2)\qquad \begin{cases} S_t^{(1)} = \{c_0' y_t \geq c_1' y_{t-1} + c_*\} \\ S_t^{(2)} = \{c_0' y_t < c_1' y_{t-1} + c_*\} \end{cases}
$$

によって定まるとしよう。ここで c_0 と c_1 は $m \times 1$ の定数ベクトル、c_* は定数とした。このような定式化では一般に状態 $S_t^{(j)}$ $(j = 1, 2)$ は時刻 t に依存するが、特に $m = 2$, $p = 1$, $c_0 = c_1 = e_2$, $c_* = 0$ とおけば前節で説明した不均衡計量モデルの例から導いた同時転換時系列モデルとなる。また、特に $m = 1$, $c_0 = 0$, $c_1 \neq 0$, $\Pi_*^{(j)} = 0$ $(j = 1, 2)$ とすると非線形時系列モデルとして知られている閾値自己回帰モデル (Threshold Autoregressive Model, 略して TAR) に一致する。この閾

値自己回帰モデルは自己回帰モデルの拡張として時系列分析においては最近注目されている。

(i) 整合条件

ここで(4.1)式で表される時系列モデルは統計モデルとして常に意味を持っているであろうか？この問題についての一般的解答は否定的であり統計モデルとして整合的である為には係数についての制約条件が必要であることを示そう。

時刻tにおいて時刻$t-1$までの変数を所与としてみよう。するとσ-集合体$\mathcal{F}_{t-1}=\{\boldsymbol{y}_s, \boldsymbol{z}_s^*, s \leq t-1\}$とおくことが考えられる[9]。いま時刻$t$においては2つの状態$S_t^{(j)}$ $(j=1,2)$が可能である。$\mathcal{F}_{t-1}$を所与としたときの状態$S_t^{(1)}$となる確率は

$$
\begin{aligned}
(4.3) \qquad & P\{S_t^{(1)}|\mathcal{F}_{t-1}\} \\
= \ & P\{c_0'(\boldsymbol{v}_t^{(1)}+\sum_{i=1}^{p}\Pi_i^{(1)}\boldsymbol{y}_{t-i}+\Pi_*^{(1)}\boldsymbol{z}_t^*) \geq c_1'\boldsymbol{y}_{t-1}+c_*|\mathcal{F}_{t-1}\} \\
= \ & P\{c_0'\boldsymbol{v}_t^{(1)} \geq (c_1'-c_0'\Pi_1^{(1)})\boldsymbol{y}_{t-1}-c_0'\sum_{i=2}^{p}\Pi_i^{(1)}\boldsymbol{y}_{t-i}-c_0'\Pi_*^{(1)}\boldsymbol{z}_t^*+c_*|\mathcal{F}_{t-1}\}
\end{aligned}
$$

で与えられる。同様にして時刻tにおいて状態が$S_t^{(2)}$となる確率もまた

$$
\begin{aligned}
(4.4) \qquad & P\{S_t^{(2)}|\mathcal{F}_{t-1}\} \\
= \ & P\{c_0'\boldsymbol{v}_t^{(2)} < (c_1'-c_0'\Pi_1^{(2)})\boldsymbol{y}_{t-1}-c_0'\sum_{i=2}^{p}\Pi_i^{(2)}\boldsymbol{y}_{t-i}-c_0'\Pi_*^{(2)}\boldsymbol{z}_t^*+c_*|\mathcal{F}_{t-1}\}
\end{aligned}
$$

で与えられることがわかる。

いま時刻tにおいては2つの状態$S_t^{(1)}$と$S_t^{(2)}$のみ可能であるので(4.3)と(4.4)で表せる確率の和は1となることがモデルの整合条件として必要である。この条件をはっきり述べる為に撹乱項$\boldsymbol{v}_t^{(j)}$ $(j=1,2)$について次のことを仮定する。

(A1) $c_0'\boldsymbol{v}_t^{(j)}$ $(j=1,2)$ はtについて互いに独立な確率変数でその分布関数は$F^{(j)}(\cdot)$ $(j=1,2)$で与えられる。

このとき次の命題が成立することは明らかであろう。

命題1： 分布関数が条件$F^{(1)} \neq F^{(2)}$を満足するとき、同時転換時系列モデル(4.1)が整合的である為には次の条件のいずれかが必要である。(i) $c_0=0$とな

[9] $\mathcal{F}_{t-1}$は時刻$t-1$に利用可能な情報を意味するが、内生変数のとり方と時刻に関してモデルの解釈に注意が必要である。

る。あるいは (ii)$c_0 \neq 0$, $c_* = 0$, かつ任意の $e_j' = (0, \cdots, 0, 1, 0, \cdots, 0)$, $(j = 1, \cdots, m)$ に対して

$$
\begin{aligned}
&(4.5) & F^{(1)}\left(e_j'(c_1 - \Pi_1^{(1)'}c_0)\right) &= F^{(2)}\left(e_j'(c_1 - \Pi_1^{(2)'}c_0)\right) , \\
&(4.6) & F^{(1)}\left(e_j'(\Pi_i^{(1)'}c_0)\right) &= F^{(2)}\left(e_j'(\Pi_i^{(2)'}c_0)\right) \quad (i = 2, \ldots, p) , \\
&(4.7) & F^{(1)}\left(e_j'(\Pi_*^{(1)'}c_0)\right) &= F^{(2)}\left(e_j'(\Pi_*^{(2)'}c_0)\right) .
\end{aligned}
$$

が成立する。

ところで特に条件 (i)$\boldsymbol{c}_0 = 0$ の場合には状態の同時性が消えることに注意しておく。この場合、外生変数 $\{z_t^*\}$ が存在しなければ多変量 p 次閾値自己回帰モデルが得られるが、このモデルが整合条件を満たしていることは明らかであろう。

さらに、ここで攪乱項$\boldsymbol{v}_t^{(j)}$ $(j = 1, 2)$ の共分散行列を$\Omega^{(j)}$ $(j = 1, 2)$ として、確率変数 $c_0'\boldsymbol{v}_t^{(j)}$ の分散をそれぞれ$\sigma_j^2 = c_0'\Omega^{(j)}c_0$ $(j = 1, 2)$ で表わそう。さらに分布関数が

$$
(4.8) \qquad G\left(\frac{x}{\sigma_j}\right) = F^{(j)}(x) \quad (j = 1, 2)
$$

と書き直すことができれば命題の条件 (ii) はさらに (ii)$'$

$$
\begin{aligned}
&(4.9) & \frac{1}{\sigma_1}(c_1' - c_0'\Pi_1^{(1)}) &= \frac{1}{\sigma_2}(c_1' - c_0'\Pi_1^{(2)}) , \\
&(4.10) & \frac{1}{\sigma_1}c_0'\Pi_j^{(1)} &= \frac{1}{\sigma_2}c_0'\Pi_j^{(2)} \quad (j = 2, \ldots, p), \\
&(4.11) & \frac{1}{\sigma_1}c_0'\Pi_*^{(1)} &= \frac{1}{\sigma_2}c_0'\Pi_*^{(2)} ,
\end{aligned}
$$

となる。

ところで不均衡計量モデルの誘導型方程式を見ると攪乱項 $\{v_t^{(j)}, j = 1, 2\}$ は構造方程式の攪乱項 $\{u_t\}$ の線形変換により与えられている。したがって上の条件より容易に次の結果が得られる。

命題 1 の系： 方程式 (3.1),(3.3),(3.4) から成る不均衡計量経済モデルは上の整合条件を満足する。

(ii) 単純な同時転換モデル

同時転換時系列モデルは一般には複雑な非線形時系列モデルである。その一般的性質については詳しくは Kunitomo=Sato(1993) が展開しているのでここで

は可能な限り単純な場合を例としてその性質を調べてみよう。3 節で説明の為に使った不均衡計量経済モデル (3.1) と (3.4) における価格方程式に注目し、さらに外生変数としては定数項のみ存在するとすれば

$$(4.12)\qquad y_t-\mu=\begin{cases}\Pi_1^{(1)}(y_{t-1}-\mu)+\sigma_1 v_t & (y_t\geq y_{t-1}\text{のとき})\\ \Pi_1^{(2)}(y_{t-1}-\mu)+\sigma_2 v_t & (y_t< y_{t-1}\text{のとき})\end{cases}$$

というモデルが得られる。ここではμは時系列 y_tの説明変数として定数項の係数を表す母数である。あるいはこのモデルの別の解釈としては定数項以外の外生変数 $\{z_t^*\}$ が時間 t について互いに独立で同一分布にしたがう確率変数となる特殊な場合と考えることもできる。

この (4.10) 式で与えられる同時転換時系列モデルにおける整合条件は容易にわかるように

$$(4.13)\qquad \frac{1-\Pi_1^{(1)}}{\sigma_1}=\frac{1-\Pi_1^{(2)}}{\sigma_2}$$

で与えられる。ここで、さらに撹乱項 $\{v_t\}$ が互いに独立に $N(0,1)$ にしたがっていると仮定しておけば、この確率過程 $\{y_t-\mu\}$ は 4 つの母数$\Pi_1^{(j)}$, σ_j^2 $(j=1,2)$ により表現されているが、これらの母数は自由に動くことができずに自由度は 3 となることがわかる。したがって、このことから 3 つの母数の組 $a=\Pi_1^{(1)}$, $b=\Pi_1^{(2)}$, $(1-a)/\sigma_1=r$ により定めればモデル (4.12) が定まることになる。そこで、これら 3 つの母数を固定してシュミレーションを行ない、発生させた時系列 $\{y_t\}$ の経路を図 2 に示しておいた。この図 2 より明らかなように係数 a と b の値が異なるときには時系列の経路はある種の非対称性を示している。したがって、経済時系列に発生しているある種の非対称性、あるいは非線形性はこうした同時転換時系列モデルにより表現できることがわかった。実際、我々が行ったシミュレーションによれば母数や同時転換時系列モデルの決め方により様々な非線形時系列構造を表現することが可能であることもわかっている。

5 市場データへの応用例

本節では前節までの議論の応用例として農産物市場における時系列データに不均衡計量モデルをあてはめた結果を報告する。これまでに不均衡計量モデルをあてはめて計測した例はマクロ・モデルや金融市場を中心として幾つか報告されている[10]。しかしながら農産物市場などミクロ・データに適用した例はあまりないようである。前節までの議論は経済学における基本的な考え方から非線形時系列が自然に導けることを示したので、本節では前節で導入した統計モデルが我々

[10]例えば伊藤 (1985) 及び浅子・内野 (1987) を参照されたい。日本の金融市場について興味深い実証結果が報告されている。

が普段目にしている多くの経済時系列に適用可能であることを示すことにする。ここで報告する実証分析では攪乱項について以下のことを仮定する。

(A2) (3.1) における攪乱項 $\{\boldsymbol{u}_t\}$ が 2 次元正規分布 $N_2(0,\Sigma)$ $(\Sigma=(\sigma_{ij}))$ にしたがう。

誘導型方程式の攪乱項は構造方程式の攪乱項の線形変換なので、この仮定の下では誘導型方程式の攪乱項は

$$(5.1)\qquad \boldsymbol{v}_t^{(j)} \sim N_2(0,\Omega^{(j)}) \quad (j=1,2)$$

となる。但し、分散共分散行列は例えば $j=1$ に対しては (3.8) より

$$(5.2)\qquad \Omega^{(1)}=\left(\frac{1}{d_1}\right)^2\begin{pmatrix}-\beta_2 & \beta_1-\delta_1^{-1}\\ -1 & 1\end{pmatrix}\Sigma\begin{pmatrix}-\beta_2 & -1\\ \beta_1-\delta_1^{-1} & 1\end{pmatrix}$$

で与えられる。同様に $j=2$ についても (3.13) より求めることができる。ここで構造方程式である (3.1) と (3.4) に表れる母数をベクトル $\theta=\left(\beta_1,\beta_2,\gamma_1',\gamma_2',\delta_1,\delta_2,vech(\Sigma)'\right)'$ によって表すことにしよう。時刻 $t-1$ までの情報を条件とする時刻 t における内生変数 $\boldsymbol{y}_t$ の密度関数は

$$\begin{aligned}(5.3)\qquad f(\boldsymbol{y}_t,\theta|\mathcal{F}_{t-1}) &= n(\Pi_1^{(1)}\boldsymbol{y}_{t-1}+\Pi_*^{(1)}z_t^*\ ,\ \Omega^{(1)})I[e_2'\boldsymbol{y}_t\geq e_2'\boldsymbol{y}_{t-1}]\\ &+\ n(\Pi_1^{(2)}\boldsymbol{y}_{t-1}+\Pi_*^{(2)}z_t^*\ ,\ \Omega^{(2)})I[e_2'\boldsymbol{y}_t< e_2'\boldsymbol{y}_{t-1}]\end{aligned}$$

となる。ただし $n(\mu,\Omega)$ は平均ベクトル μ、分散共分散行列 Ω の 2 次元正規分布の密度関数である。また $I[A]$ は定義関数で

$$(5.4)\qquad I[A]=\begin{cases}1 & (A\text{ が成り立つとき})\\ 0 & (A\text{ が成り立たないとき})\end{cases}$$

である。したがって、内生変数と外生変数について観測データ (z_t^*,y_t) $(t=1,\ldots,T)$ が利用可能であるとき尤度関数は

$$\begin{aligned}(5.5)\ L(\theta) &= \prod_{t=1}^{T} f(y_t,\theta|\mathcal{F}_{t-1})\\ (5.6)\qquad &= \prod_1 n(\Pi_1^{(1)}\boldsymbol{y}_{t-1}+\Pi_*^{(1)}z_t^*\ ,\ \Omega^{(1)})\prod_2 n(\Pi_1^{(2)}\boldsymbol{y}_{t-1}+\Pi_*^{(2)}z_t^*\ ,\ \Omega^{(2)})\end{aligned}$$

で与えられる。ここで、記号 $\prod_1$ と $\prod_2$ はそれぞれ状態 $\{e_2'\boldsymbol{y}_t\geq e_2'\boldsymbol{y}_{t-1}\}$ と $\{e_2'\boldsymbol{y}_t< e_2'\boldsymbol{y}_{t-1}\}$ に対応する積である。尤度関数に表れる母数 $\Pi_i^{(j)}$ $(i,j=1,2)$, $\Omega^{(j)}$ $(j=1,2)$ はいずれも構造方程式の母数 θ の簡単な関数なので最尤推定量は尤度関数

$L(\theta)$ を母数ベクトルθについて最大化する値によって定義することができる。しかしながら、解析的に最尤推定量の値を求めるのは困難なので非線形最適化のプログラムを用いて数値的に求めた[11]。

本節で報告する実証分析の対象は最近の日本の豚肉市場と鶏卵市場である。サンプル期間は１９８２年1月から１９９１年１２月で、すべて月次データであり、サンプル数は１２０である。観測値として用いたデータは次の通りである[12]。価格の系列は東京地区の卸売価格、数量の系列は全国の生産量を用いた。外生変数としては需要サイドでは家計の可処分所得、供給サイドでは豚と鶏卵の生産に必要な飼料の価格指数及び一期前の生産数量を用いた。一期前の生産数量は先決内生変数ではあるが純粋な外生変数ではない。しかしながら、3節の不均衡計量モデルを簡単に修正することにより構造方程式の中に先決内生変数を含む場合にもその誘導型方程式は同時転換時系列モデルになるので尤度関数も同じ形になることを示すことができる。ここで用いたすべてのデータには季節性が顕著に見られたので季節調整を施して[13]、季節調整系列データとした。さらに、数量と価格は非負値をとる変数なので対数変換も行って実際の分析用の時系列データを作成した。念の為に分析で用いた系列をプロットしたものを図3として示しておく。以上で説明したようなデータを使って不均衡計量モデルを最尤法により推定した。最尤推定で得られた係数の推定値とその標準偏差の推定値などの結果を表3にまとめておく。

表 3:

(i) 豚肉市場

[11]実際には係数の満たすべき符合条件$\beta_1 < 0, \beta_2 > 0, \delta_i > 0\ (i = 1, 2)$ を満たすように制約条件をつけた数値的最適化を実行した。構造方程式に表れる母数についてこれらの不等式条件の下では $d_i \neq 0\ (i = 1, 2)$ となる

[12]いずれの系列も農林水産省統計情報部「農林水産統計月報」毎年３月号より抜粋した。

[13]季節調整を行うには様々な方法が考えられるがこの分析ではダミー変数を用いて実行した。また、対数変換を行わない系列についても分析を行ったが、実証結果にはそれほど顕著な違いは見られなかった。

	推定値	標準偏差	t 値 (| 推定値 | / 標準偏差)
δ_1	1.858	0.4222	4.402
δ_2	1.460	0.2445	5.972
β_1	-0.4362	0.0378	11.54
γ_{11}	19.11	1.064	17.96
γ_{12}	-0.8211	0.1520	5.401
σ_{11}	0.0013	0.0002	***
β_2	0.00006	0.00007	0.8436
γ_{21}	7.600	1.308	5.809
γ_{22}	-0.1573	0.0374	4.202
γ_{23}	0.4135	0.1006	4.110
σ_{22}	0.0014	0.0002	***
		AIC	-872.075
			-806.713 (均衡を仮定した時)

(ii) 鶏卵市場

	推定値	標準偏差	t 値 (| 推定値 | / 標準偏差)
δ_1	4.062	0.7509	5.410
δ_2	17.46	7.133	2.448
β_1	-0.1461	0.0122	11.90
γ_{11}	5.483	0.3114	17.61
γ_{12}	1.324	0.0505	26.20
σ_{11}	0.00050	0.00009	***
β_2	0.0414	0.0095	4.348
γ_{21}	1.478	0.5371	2.752
γ_{22}	-0.0912	0.0210	4.346
γ_{23}	0.8934	0.0380	23.47
σ_{22}	0.00019	0.00003	***
		AIC	-961.807
			-909.777 (均衡を仮定した時)

* 標準偏差は数値的に求めた行列$\left(\frac{\partial^2 logL(\theta)}{\partial\theta_i \partial\theta_j}\Big|_{\theta=\hat{\theta}} \right)$ をもとに計算したものである。
* * 外生変数にかかる係数は以下の通りである。

γ_{11}	定数項	γ_{21}	定数項
γ_{12}	可処分所得	γ_{22}	飼料価格
		γ_{23}	一期前の数量

赤池の情報量基準 (AIC) を均衡計量経済モデル及び不均衡計量経済モデルについて計算した結果も表に示した。推定方法として最尤法を使ったのでこの数値を容易に計算することができる。この AIC がここで議論している時系列モデルでどのような意味があるかについては検討の余地はあるが、この数値から判断する限りいずれの市場でも均衡を仮定する計量経済モデルよりも不均衡計量経済モデルの方がフィットの面でも良いことが分かった。ただし、豚肉市場の推定結果については係数β_2の t 値が低く、有意とはいえない。これは、この間の豚肉市場のデータを見る限りほぼ需要関数上で価格と数量が決まっていると考えざるを得ないことに対応している。この場合には供給曲線の方がほぼ識別不能になっているように考えられる。これに対して推定結果から判断する限り比較的推定精度が高いと思われるのは鶏卵市場の不均衡計量モデルの方であった。そこで、この市場で推定された需要曲線と供給曲線を図 4 に示しておいた。図にはいくつかの代表的な時期について推定された需要曲線と供給曲線を同時に示したが、実際に観測されたデータは撹乱項を除いてどちらかの曲線上にあると見なすことができる。2 つの推定された曲線と実現された観測点からそれぞれの時期に対応した超過需要量や超過供給量を推定することができる。また、価格変数の変化量Δp_tのデータを平滑化することにより不均衡状態の時期を推定した結果も示しておく。

6 まとめと展望

経済時系列の分析、とりわけ景気変動の分析では古くから時系列の非対称性、あるいはより広くはいくつかの非線形性が観察されている。最近になってようやく統計的時系列分析においてもこうした時系列の性質が注目されるようになりいくつかの研究も発表されるようになっている。例えば自己回帰モデルの拡張として閾値自己回帰 (TAR) モデルが提唱され、その研究が活発化する傾向にある[14]。また、より最近の計量経済的分析としては Neftici (1984),McCulloch=Tsay (1992) 及び Neftici (1993) などが様々なマルコフ型転換モデル (Markovian Switching Models) を提案し応用していることなどが注目されよう。しかしながら、従来に行われているこれらの研究における一つの基本的問題点としては複数のレジーム（あるいは状態）への転換のメカニズムやその意味づけを行うのが困難なことを挙げることができるであろう。こうした時系列モデルに関する問題は本稿の立場にたてば誘導型としての同時転換時系列モデルのみからその経済的意味を解釈しようとする問題とみなすことができる。したがって、この問題は例えば誘導型としての多変量線形時系列モデルの推定結果から経済学的な解釈を導こうとする方法と全く

[14] このモデルの性質については例えば Brockwell=Davis (1991) の 13 章を参照されたい。

同一であり、経済構造に関する意味づけが困難なことが多いこともある意味で当然と云うことができよう。

本稿では時系列データにおけるある種の非対称性や非線形性は不均衡計量経済モデルの枠組みを使うとより自然に解釈することができることを主張した。また、不均衡計量モデルの誘導型として同時転換時系列モデルの一般型を提示した。この種の時系列モデルを含め非線形時系列モデルの研究は統計的モデルとしての複雑性ばかりでなく計量経済分析上においても実は様々な問題を提起すると考えられる。例えば序章でも言及したように１９８０年代になって計量経済学においても時系列分析の利用が本格化した。その際には、しばしば時系列モデルは動学的均衡仮説 (Dynamic Equilibrium Hypotheses) や合理的期待仮説 (Rational Expectation Hypotheses) との関係において論じられることもあった。この点については、この論文では簡単な動学的不均衡状態を考えると内生変数を表現するモデルとしては線形時系列モデルでは不十分であって非線形時系列モデルとしての同時転換時系列モデルとなることを示したわけである。さらに、こうしたこの場合の統計的時系列の解析は線形モデルよりもはるかに複雑となることを示した。

こうした問題に関連して例えば非線形時系列モデルにおいても合理的期待仮説を扱うことが可能であろうか？合理的期待仮説はしばしば過去の情報に基づく内生変数 y_t の最適予測の方式 y_t^e が条件付期待値

$$y_t^e = E[y_t|\mathcal{F}_{t-1}] \tag{6.1}$$

となることから人々の行動仮説としての合理性が説明されている[15]。しかしながら、ここで簡単な計算より本稿の4節で示したもっとも単純なモデルにおいてもこの条件付期待値は複雑な非線形関数となり、しかもその具体的な形は撹乱項に仮定される分布型にも依存していることがわかる。すなわち、本稿で取り上げた不均衡計量経済モデルや非線形時系列モデルでは合理的期待仮説は必ずしも“合理的”とは考えられないのである。

このような経済均衡や予想を巡る問題は時系列の計量経済分析においてはいずれも基本的問題と考えることができる。しかしながら、これらの問題は経済時系列の非線形性との関係では全くと云ってよいほどこれまでには研究が行われていないように判断できよう。したがって、こうした経済時系列における非線形を巡る分析は計量経済学において今後の大きな研究テーマと思われる。

参考文献

[1] Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. (1976), *Time Series Analysis : Forecasting and Control, 2nd Edition*, Holden-Day.

[15] 例えばこの立場から書かれたマクロ経済学の代表的な教科書としては Sargent (1987) を挙げることができる。

[2] Brockwell, P. and Davis, R.A. (1991), *Time Series : Theory and Methods, 2nd Edition*, Springer.

[3] Burns, A. and Mitchell, W. (1946), *Measuring Business Cycles*, National Bureau of Economic Reaearch, Cambridge.

[4] Fair, R.C. and Jaffee, D.M. (1972), "Methods of Estimation for Markets in Disequilibrium", *Econometrica*, 40, 497-514.

[5] Keynes, J.M. (1936) , *The General Theory of Employment, Interest and Money* , Mcmillan, (「雇用・利子及び貨幣の一般理論」塩野谷九十九 訳 (1944), 東洋経済新報社).

[6] Kunitomo,N. and Sato, S.(1993),"Simultaneous Switching Time Series Models and Disequilibrium Econometrics", (In preparation).

[7] Maddala, G.S. (1983), *Limited Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press.

[8] McCulloch, R. and Tsay, R.S. (1992), "Statistical Analysis of Macroeconomic Time Series via Markov Switching Models", Unpublished.

[9] Neftici, S. (1984), "Are Economic Time Series Asymmetric Over the Business Cycle ?", *Journal of Political Economy*, vol.92-2, 307-328.

[10] Neftici, S. (1993), "Statistical Analysis of Shapes in Macroeconomic Time Series: Is there a Business Cycle?", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol.11-2, 215-224.

[11] Sargent, T. (1987), *Macroeconomic Theory, 2nd Edition*, Academic Press.

[12] 浅子和美・内野裕子 (1987).「日本の銀行貸出市場 – 不均衡分析の新しい視点」,『金融研究』, 第 6 巻 1 号, 61-98.

[13] 伊藤隆敏 (1985),「不均衡の経済分析 – 理論と実証」, 東洋経済新報社.

[14] 山本拓 (1987),「経済の時系列分析」, 創文社.

図 1:

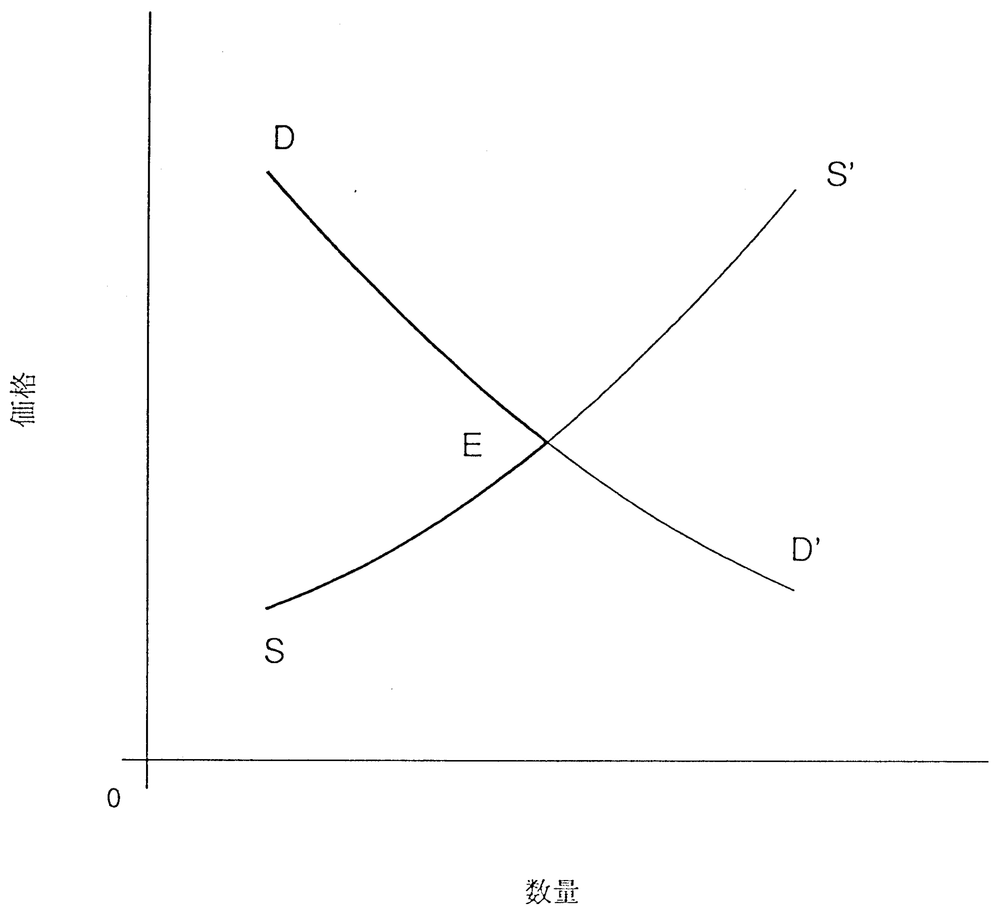
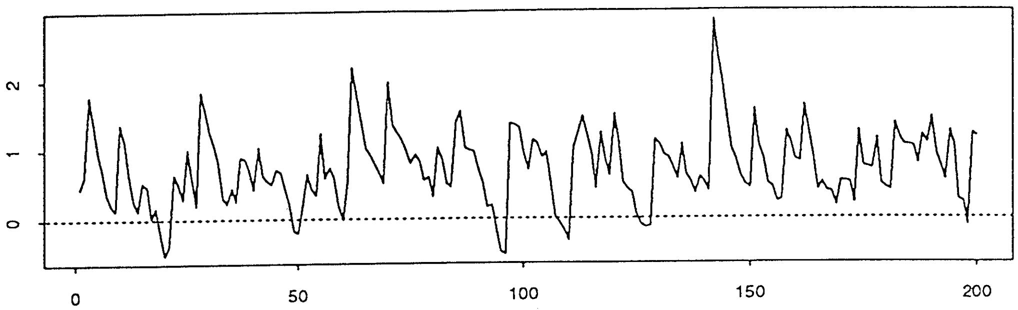
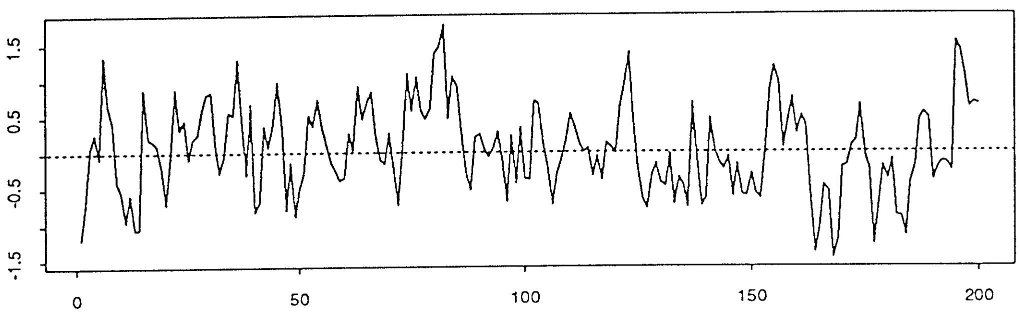


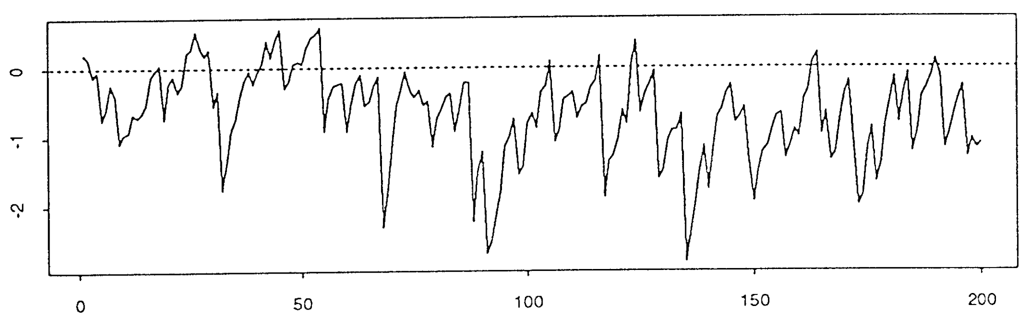
図 2:



a = 0.2, b = 0.8



a = 0.5, b = 0.5

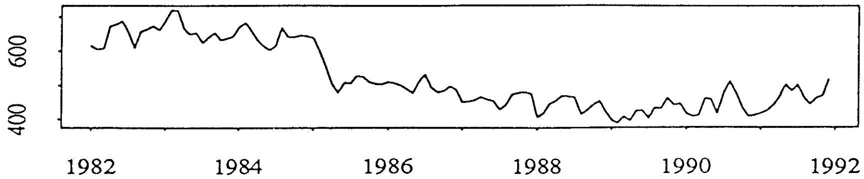


a = 0.8, b = 0.2

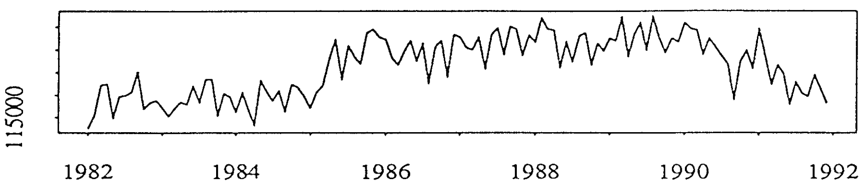
- すべて $r = 1$ としてある。

図 3:

(i) 豚肉市場

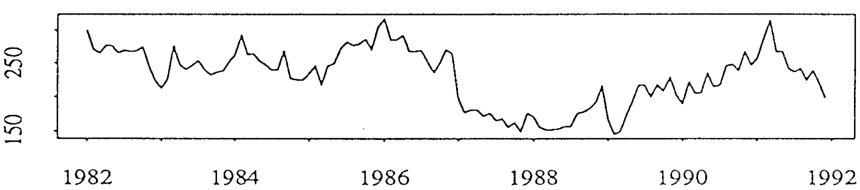


Price

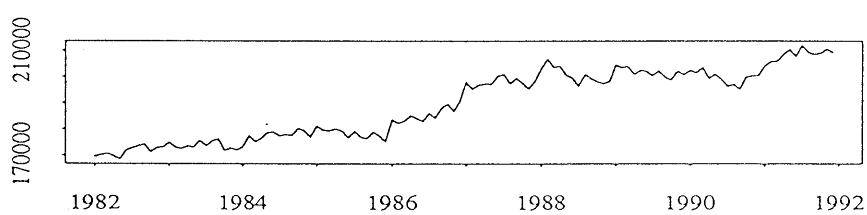


Quantity

(ii) 鶏卵市場



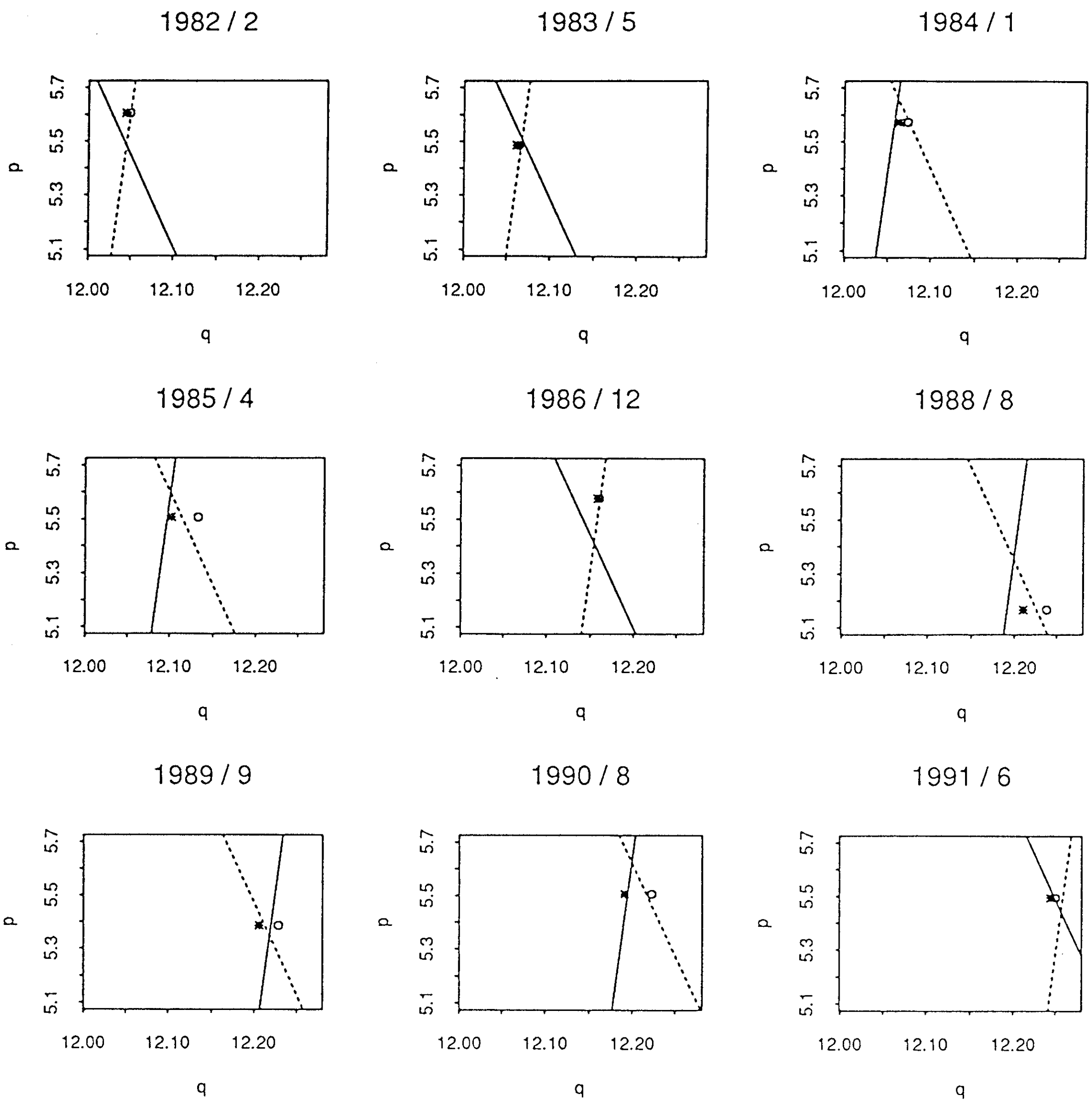
Price



Quantity

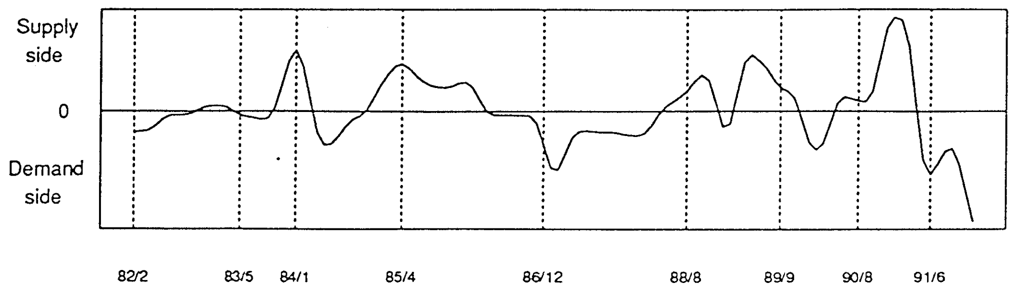
- 季節調整済みのデータである。

図 4:



(i) 推定された需要関数と供給関数 (鶏卵市場)

- 負の傾きを持った直線が需要関数で、正の傾きを持った直線が供給関数である。
- 実線で示した直線はショートサイド原則にしたがってその上で数量が決定されていると推定されたものである。また、点線で示された直線は実際には実現できなかった需要または供給がのっている方を示す。
- $*$ は実際に観測された t 期の数量と価格を示す。$\circ$ は実現されなかった需要または供給を示す点である。
- 紙面の都合上、特徴的な時点のみを示してある。



(ii) 平滑化した $p_t - p_{t-1}$ (鶏卵市場)

- 移動平均法にて平滑化を行なった。
- 0 より上にきている期間は超過需要とみなせ、供給側で決定されていると思われる。
- 0 より下にきている期間は超過供給とみなせ、需要側で決定されていると思われる。
- 点線が引いてある時点は前の図で需要関数・供給関数を示しているところである。